

# VI Olimpiada de Matemáticas Uninorte

Fase III

120 segundos

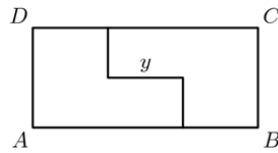
7 de Noviembre de 2015

1. Determine todos los valores reales  $x$  tales que  $\log_2(\log_2 x) = \log_4(\log_4 x)$ .
2. Sea  $p$  un número primo. Si hace  $p$  años, las edades de tres hijos forman una secuencia geométrica con una suma igual a  $p$  y una razón de 2, ¿cuál es la suma de las edades actuales de los niños?
3. Un *primo inverso* es un entero positivo  $N$  tal que cuando los dígitos de  $N$  son leídos al revés, es decir, de derecha a izquierda, el número resultante es un número primo. Por ejemplo, los números 5, 16, y 110 son todos primos inversos. Determine el mayor número entero de dos dígitos  $N$  tal que los números  $N$ ,  $4N$ , y  $5N$  son todos primos inversos.
4. Determine el número de enteros  $n$  que satisfacen la siguiente condición:

$$(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}.$$

5. Un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  tiene volumen 1 y superficie total 12. Determine el valor de  $\frac{1}{r} + \frac{1}{h}$ .
6. Si  $A, B$  y  $C$  son dígitos y  $(\overline{AB})^2 + (\overline{AC})^2 = 1313$ . Determine el valor de  $A + B + C$ .
7. En un frasco hay canicas rojas, verdes y azules, todas excepto 6 son canicas rojas, todas menos 8 son de color verde, y todas menos 4 son azules. Determine el número de canicas que hay en el frasco.
8. Una bolsa contiene 20 balotas rojas, 12 balotas azules y algunas verdes. Si la probabilidad de sacar una balota verde de la bolsa es  $\frac{1}{y}$ , determine la suma de todos los posibles valores enteros de  $y$ .
9. Sea  $n$  un entero positivo tal que  $\frac{3 + 4 + \dots + 3n}{5 + 6 + \dots + 5n} = \frac{4}{11}$ . Determine el valor de  $\frac{2 + 3 + \dots + 2n}{4 + 5 + \dots + 4n}$ .
10. Un entero positivo es un número *bueno* si sus dígitos pueden ser separados en dos grupos de igual suma. Determine el menor entero positivo  $n$  tal que  $n$  y  $n + 1$  son ambos números buenos.

11. El rectángulo  $ABCD$  de  $8 \times 18$  es cortado en dos hexágonos congruentes, como se muestra en la figura, de tal forma que si los dos hexágonos son reubicados sin trasladarse forman un cuadrado. Determine el valor de  $y$ .



.

12. Encuentre el valor de  $x$  que satisface la siguiente ecuación

$$25^{-2} = \frac{5^{48/x}}{5^{26/x} \cdot 25^{17/x}}$$