

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_  
Profesor: \_\_\_\_\_

1. [1.6 pts] Un tanque con capacidad de 700 galones contiene inicialmente 300 galones de agua con 70 libras de sal disueltas. Al tanque se vierte salmuera (mezcla de sal y agua) que contiene 3 libras de sal por galón a razón de 10 galones por minuto. La solución bien mezclada sale del tanque a razón de 8 galones por minuto.
- (a) [0.2 pts] Determine el volumen de salmuera  $V(t)$  que contiene el tanque en el instante  $t$ .
- (b) [0.2 pts] ¿En qué instante empieza a derramarse el tanque?
- (c) [1.0 pts] Escriba un problema de valor inicial (PVI) que permita determinar la cantidad de libras de sal que hay presente en el tanque en cualquier instante de tiempo  $t$  antes que el tanque empiece a derramarse. Argumente claramente sus afirmaciones.
- (d) [0.2 pts] Determine si la ecuación diferencial obtenida en el inciso (c) y que modela la cantidad  $A$  de libras sal que hay en el tanque en cualquier instante de tiempo  $t$  antes que el tanque empiece a derramarse se puede reducir a

$$\frac{dA}{dt} + \frac{4}{t+150}A = 30.$$

2. [1.8 pts] Verifique que las funciones  $y_1 = 2$ ,  $y_2 = e^{-2x}$ ,  $y_3 = e^{3x}$  forman un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \frac{d^2y}{dx^2} - 6y' = 0 \quad \text{en } I = (-\infty, \infty).$$

Además, escriba la solución general de la ecuación diferencial.

3. [1.6 pts] Considere la siguiente ecuación diferencial:

$$(x^2 + 9)^2 y'' - 2x(x^2 + 9)y' + 2(x^2 + 9)y = 3(x^2 + 9)^2.$$

- (a) [0.4 pts] Verifique que  $y_1(x) = x$  es una solución de la ecuación homogénea asociada a la ecuación dada en  $I = (-\infty, \infty)$ .
- (b) [1.0 pts] Usando el método o la fórmula de reducción de orden, halle una segunda solución  $y_2(x)$  para la ecuación homogénea asociada que sea linealmente independiente con  $y_1(x)$  en  $I$ .
- (c) [0.2 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada.

**Nota:**

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.