

Nombre:-----Código:-----

1. [1.6 pts] En un tanque que contiene 1000 litros de agua se disuelven 5 Kg de sal. Al tanque se vierte salmuera (mezcla de sal y agua) con una concentración de 0.01 Kg por litro a razón de 20 litros por minuto. La solución bien mezclada sale del tanque a la misma razón de 20 litros por minuto.
  - (a) [0.2 pts] Determine el volumen de salmuera  $V(t)$  que contiene el tanque en el instante  $t$ .
  - (b) [0.7 pts] Escriba un problema de valor inicial (PVI) que permita determinar la cantidad de kilos de sal,  $A(t)$ , que hay presente en el tanque en cualquier instante de tiempo  $t$ . Argumente claramente sus afirmaciones.
  - (c) [0.5 pts] Resuelva el PVI del inciso (c) para hallar la cantidad de sal total dentro del tanque  $A(t)$  en cualquier instante de tiempo.
  - (d) [0.2 pts] ¿Cuánta sal hay dentro del tanque después de 30 minutos? (Dejar indicados los números).
2. [1.8 pts] Verifique que las funciones  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 2x$ ,  $y_3 = e^{2x}$ , forman un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \quad \text{en } I = (-\infty, \infty).$$

Además, escriba la solución general de la ecuación diferencial.

3. [1.6 pts] Considere la siguiente ecuación diferencial:

$$x^2y'' + 3xy' - 8y = 7x.$$

- (a) [0.2 pts] Escriba la ecuación homogénea asociada a la ecuación diferencial.
- (b) [0.4 pts] Verifique que  $y_1(x) = x^2$  es una solución de la ecuación homogénea asociada a la ecuación dada en  $I = (0, \infty)$ .
- (c) [0.8 pts] Usando el método o la fórmula de reducción de orden, halle una segunda solución  $y_2(x)$  para la ecuación homogénea asociada que sea linealmente independiente con  $y_1(x)$  en  $I$ .
- (d) [0.2 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada a la ecuación en  $I = (0, \infty)$ .

**Nota:**

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- El desarrollo del parcial debe ser individual. Esta prohibido: Hablar con otros estudiantes. Intercambiar material a otros estudiantes. Posesión de cualquier nota u hoja de ayuda.
- La posesión o manipulación de celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.