

Observaciones.

1. La duración del examen es de 90 minutos y es prohibido el préstamo de objetos durante el examen.
2. Es prohibido el uso o posesión de dispositivos electrónicos, cualquier fraude o intento de fraude académico será causal de anulación.

**Ejercicio 1. (1.8 pt):**

Determine si el conjunto de funciones dado por  $\{e^x, e^{2x}, e^{3x}\}$  es un **CFS** de la EDO en el intervalo  $I = (-\infty, \infty)$

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$$

En el caso de que la respuesta sea afirmativa, escriba la solución general de la EDO.

**Ejercicio 2. (1.6 pt):**

Considere la ecuación

$$x^2 y'' - 7xy' + 16y = x \ln x$$

- (0.4) Verifique que  $y_1\{x\} = x^4$  es una solución de la EDO.
- (1.0) Usando el método de reducción de orden, determine una segunda solución  $y_2\{x\}$  para la ecuación homogénea asociada a dicha EDO.
- (0.2) Escriba la solución general de la ecuación homogénea asociada a dicha EDO.

**Ejercicio 3. (1.6 pt):**

Un tanque de  $50m^3$  contiene inicialmente  $20m^3$  de salmuera (agua con sal) con una concentración de sal de  $0,5Kg/m^3$ . Una primera llave agrega agua pura al tanque a una velocidad de  $0,1m^3/min$  durante 100 minutos, al cabo de los cuales se cierra y en ese mismo instante se abre una segunda llave la cual agrega al tanque salmuera con una concentración de  $0,5Kg/m^3$  a una velocidad de  $0,4m^3/min$ . En todo momento la salmuera es bien mezclada en el tanque y sale a razón de  $0,2m^3/min$ .

- a) ¿Qué cantidad de sal hay en el tanque a los 100 minutos?
- b) ¿Qué cantidad de sal hay en el tanque a los 200 minutos?