

Ecuaciones Diferenciales

Parcial 2B-2022-10

5 de abril de 2022

Nombre: _____ NRC: _____

Instrucciones:

- El examen tiene una duración de **90 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular (reloj inteligente) y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.6 pts] Un tanque con capacidad de 400 galones contiene inicialmente 200 galones de agua con 20 libras de sal disueltas. Al tanque se vierte salmuera (mezcla de sal y agua) que contiene 5 libras de sal por galón a razón de 6 galones por minuto. La solución bien mezclada sale del tanque a razón de 4 galones por minuto.

- [0.2 pts] Determine el volumen de salmuera $V(t)$ que contiene el tanque en el instante t .
- [0.2 pts] ¿En qué instante empieza a derramarse el tanque?
- [1.0 pts] Escriba un problema de valor inicial (PVI) que permita determinar la cantidad de libras de sal que hay presente en el tanque en cualquier instante de tiempo t antes que el tanque empiece a derramarse. Argumente claramente sus afirmaciones.
- [0.2 pts] Determine si la ecuación diferencial obtenida en el inciso (c) y que modela la cantidad x de libras sal que hay en en el tanque en cualquier instante de tiempo t antes que el tanque empiece a derramarse se puede reducir a

$$\frac{dx}{dt} + \frac{2}{t+100}x = 30.$$

2. [1.8 pts] Verifique que las funciones $y_1 = 1$, $y_2 = e^x$, $y_3 = e^{3x}$ forman un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$y''' - 4y'' + 3y' = 0 \text{ en } I = (-\infty, \infty).$$

Además, escriba la solución general de la ecuación diferencial.

3. [1.6 pts] Considere la siguiente ecuación diferencial:

$$(x^2 + 25)^2 y'' - 2x(x^2 + 25)y' + 2(x^2 + 25)y = 0.$$

- [0.4 pts] Verifique que $y_1(x) = x$ es una solución de la ecuación dada en $I = (-\infty, \infty)$.
- [1.0 pts] Usando el método o la fórmula de reducción de orden, halle una segunda solución $y_2(x)$ para la ecuación homogénea asociada que sea linealmente independiente con $y_1(x)$ en I .
- [0.2 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada.