

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
EXAMEN FINAL DE CALCULO I
202230

A

Nombre y Apellidos _____

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, libros o intercambio de los mismos. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Todos los puntos del examen tienen igual valoración

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 100 minutos.

1. Dada $f(x) = 2x^{1/3} - x^{2/3}$
 - a. Hallar los puntos críticos, intervalos donde la función es creciente o decreciente y los extremos relativos.
 - b. Hallar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión
 - c. Intersectos con el eje x
 - d. Trace la gráfica de la función.
2. Un globo asciende a 4 m/s desde un punto del suelo a 50 m del observador. Calcular la razón de cambio del ángulo de elevación del globo cuando esta está a 50m de altura
3. Una ventana tipo *norman* consiste en un rectángulo coronado de un semicírculo. Si el perímetro de una ventana *norma* es de 32 pies, determine cuanto debe medir el radio del semicírculo y la altura del rectángulo de modo que la ventana admita la mayor cantidad de luz.

Longitud de una circunferencia $L = 2\pi r$ y área de un círculo $A = \pi r^2$

4. Aplicar la regla de L'Hôpital para calcular los siguientes límites

a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{2}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$

5. La medida de la arista de un cubo es de 15 cm con un error posible de 0.01 cm. Utilizar diferenciales para estimar el error porcentual al calcular
 - a. El volumen de un cubo
 - b. El área superficial del cubo

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
EXAMEN FINAL DE CALCULO I
202230
B

Nombre y Apellidos _____

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, libros o intercambio de los mismos. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Todos los puntos del examen tienen igual valoración

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 110 minutos.

1. Dada $f(x) = x^{2/3} - 2x^{1/3}$
 - a. Hallar los puntos críticos, intervalos donde la función es creciente o decreciente y los extremos relativos.
 - b. Hallar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión
 - c. Intersectos con el eje x
 - d. Trace la gráfica de la función.

2. Un cohete se eleva verticalmente desde el suelo a una velocidad de 100 yd/s . Un radar situado en el suelo a 1000 yd del punto de lanzamiento sigue al cohete. ¿Qué tan rápido gira el radar cuando el cohete está a 500 yd del suelo?

3. Una ventana tipo *norman* consiste en un rectángulo coronado de un semicírculo. Si el perímetro de una ventana *norman* es de 28 pies, determine cuanto debe medir el radio del semicírculo y la altura del rectángulo de modo que la ventana admita la mayor cantidad de luz.

$$\text{Longitud de una circunferencia } L = 2\pi r \text{ y área de un círculo } A = \pi r^2$$

4. Aplicar la regla de L'Hôpital para calcular los siguientes límites
 - a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{\sin(x^2)}$
 - b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{\ln(2+e^x)}$

5. La medida de la arista de un cubo es de 12 cm con un error posible de 0.01 cm. Utilizar diferenciales para estimar el error porcentual al calcular
 - a. El volumen del cubo
 - b. El área superficial del cubo

PAUTAS PARA CORREGIR LA PRUEBA.

Todos las preguntas se califican sobre 5 .

1. Dada $f(x) = 2x^{1/3} - x^{2/3}$

- a. Hallar los puntos críticos, intervalos donde la función es creciente o decreciente y los extremos relativos.
- b. Hallar los intervalos de concavidad, los puntos de inflexión y dibuje la gráfica de la función.
- c. Intersectos con el eje x
- d. Trace la gráfica de la función.

- a) Halla sin errores la primera derivada, encuentra todos los puntos críticos, los intervalos donde la función crece o decrece y los extremos relativos.....**1.25 puntos**
- b) Además de lo anterior, halla la segunda derivada , encuentra los intervalos donde la función es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo y determina los puntos de inflexión.....**2.5 puntos.**
- c) **Además de los dos resultados anteriores**, encuentra todos los Intersectos con el eje x.....**3.75 puntos**
- d) Traza la gráfica de la función de tal manera que contenga las características halladas en los pasos anteriores**5 puntos**

2. Un cohete se eleva verticalmente desde el suelo a una velocidad de 100 yd/s . Un radar situado en el suelo a 1000 yd del punto de lanzamiento sigue al cohete. ¿Qué tan rápido gira el radar en que el cohete está a 500 yd del suelo?

- Interpreta gráficamente el problema , simboliza las magnitudes que son variables y las que son constantes e identifica las razones de cambio dadas y pedidas.....**1.5 puntos**
- **Hace bien lo anterior** , además halla una relación entre las variables y una relación entre las razones de cambio,..... **4.puntos.**
- **Hace bien lo anterior**, además utiliza bien los datos.....**5 puntos.**

3. Una ventana tipo norman consiste en un rectángulo coronado de un semicírculo. Si el perímetro de una ventana norman es de 28 pies, determine cuanto debe medir el radio del semicírculo y la altura del rectángulo de modo que la ventana admita la mayor cantidad de luz.

- Simboliza las magnitudes que son variables y las que son constantes y construye una función de una variable que calcula el área superficial del cilindro **2 puntos.**
- Hace bien lo anterior , además deriva correctamente la función hallada y determina el o los puntos críticos de acuerdo al contexto del problema.... **4 puntos**
- Además de los dos pasos anteriores, **argumenta correctamente porque el valor critico hallado optimiza la función construida en el primer paso** y obtiene la solución pedida..... **5 puntos.**

4. Use la regla de L'Hôpital para calcular el siguiente límite:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2(x)}{\text{sen}(x^2)}$

- Utiliza correctamente la regla sin cometer errores al derivar o errores algebraicos al simplificar.....**2 puntos.**
- Además de lo anterior no comete errores numéricos al remplazar la variable y realizar los cálculos para obtener la respuesta **2.5 puntos**

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{\ln(2+e^x)}$

- Utiliza correctamente la regla sin cometer errores al derivar o errores algebraicos al simplificar.....**2 puntos.**
 - Además de lo anterior no comete errores numéricos al remplazar la variable y realizar los cálculos para obtener la respuesta **2.5 puntos**
5. La medida de la arista de un cubo es de 12 cm con un error posible de 0.01 cm. Utilizar diferenciales para estimar el error porcentual al calcular
- a. El volumen del cubo
 - b. El área superficial del cubo
- a. Estimar el error porcentual propagado al calcular el volumen del cubo
- Interpreta la magnitud como una función e Identifica el error dado como el diferencial de la variable independiente.....**1 punto**
 - Además de lo anterior , aplica el concepto de diferencial para estimar el error**2.5 puntos**
- b. Estimar el error porcentual en el cálculo del área superficial del cubo.
- Interpreta la magnitud como una función e Identifica el error dado como el diferencial de la variable independiente.....**1 punto**
 - Además de lo anterior , aplica el concepto de diferencial para estimar el error**2.5 puntos**