Calculo I (ANEC) – NRC 5977

Primer Parcial 2025-10

Ejercicio 1. Determine si las funciones dadas son iguales:

$$h(x) := \frac{|x|}{x} \quad \text{y} \quad k(x) := \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. Obtenga el dominio de la función $K(z) := \frac{1}{\sqrt{z-1}}$.

Ejercicio 3. Para la ecuación $x^2 - y^2 = 0$, determine si y puede ser función de x , y si x puede ser función de y .

Ejercicio 4. Si es posible, halle la ecuación general de la recta ($y(x) = mx + y_0$) que pasa por los siguientes puntos:

- (i) $(1, -7)$ y $(9, 0)$
- (ii) $(1, -1)$ y $(1, 1)$

Ejercicio 5. Determine si las rectas dadas son paralelas, perpendiculares, o ninguna de las dos.

- (i) $f(x) := 5x + 2$; $g(x) := 5x + 3$
- (ii) $u(z) := z$; $v(z) := -2z$

Ejercicio 6. Resuelva gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x - 3y - 2 = 3x - 7y \\ x + 5y - 2 = y + 4 \end{cases}$$

Ejercicio 7. (i) Imagine que la demanda por semana de un producto es de 100 unidades cuando el precio es de 60 dolares por unidad, y de 200 a un precio de 50 dolares cada una. Determine la ecuación de la demanda (lineal).

(ii) Por otro lado, suponga que el proveedor esta dispuesto a aceptar, para las mismas cantidades por semana, 68 y 80 dolares respectivamente. Determine la ecuación de oferta (lineal).

(iii) Por ultimo, halle el punto de equilibrio oferta-demanda.

Calculo II (ANEC) – NRC 5977

Soluciones del Segundo Parcial 2025-10

Ejercicio 1 (Ejercicio del Quiz 6). Imagine que asistir a cierta universidad cuesta USD 21500 en el año escolar 2005-2006. Este precio incluye matrícula, habitación, alimentación, libros y otros gastos. Suponga una tasa efectiva de inflación de 6% para estos costos, determine cuáles serán los costos universitarios en el año escolar 2015-2016.

Ans. El monto inicial es $P = 21500$, el numero de años es $n = 10$, y dado que se nos ha suministrado una tasa efectiva, estaremos trabajando con un interes representativo anual. Ahora bien, los costos universitarios en el año escolar 2015-2016 estaran determinados por la ecuacion

$$C(10) = 21500 \left(1 + \frac{6/1}{100}\right)^{1 \cdot 10} \approx \text{USD } 38503,$$

si se asume una tasa efectiva de inflación del 6%.

Ejercicio 2 (Ejemplo visto en clase). ¿Cual seria la ganancia maxima posible en un año si se invierten ¥10000 a una tasa compuesta del 5%?

Ans. La ganancia maxima posible se da en la situacion extrema de generar intereses a cada instante, i.e. cuando se asume un interes compuesto continuamente. Por ende, dicho valor estara determinado por la ecuacion

$$C_{\text{cont}}(1) = 10000e^{\frac{5}{100} \cdot 1} \approx \text{¥}10512.$$

Ejercicio 3 (Ejemplo visto en clase). Si un inversionista tiene la opcion de invertir dinero al 6% compuesto diariamente, o bien al 6.125% compuesto trimestralmente, ¿cual seria la mejor opcion y por qué?.

Ans. Para determinar que opcion es la mas conveniente simplemente debemos clacular bajo que esquema tenemos una mayor ganancia y/o monto final al cabo de una año, para un capital inicial cualquiera P distinto de 0. Esto ultimo se puede calacular en terminos de porcentajes por medio de la tasa efectiva correspondiente. Entonces evaluemos las dos opciones:

(i) Caso $TPA = 6\%$ y $k = 365$:

$$r_e = \left[\left(1 + \frac{6/365}{100}\right)^{365} - 1 \right] \times 100 \approx 6.18\%.$$

(ii) Caso $TPA = 6.125\%$ y $k = 4$:

$$r_e = \left[\left(1 + \frac{6.125/4}{100}\right)^4 - 1 \right] \times 100 \approx 6.27\%.$$

En conclusion, la mejor opcion para invertir es con la tasa del 6.125% compuesta trimestralmente ya que el capital inicial aumentara en un 0.09% mas que con la tasa del 6% compuesta diariamente.

Ejercicio 4 (Ejemplo visto en clase). Las primas sobre una póliza de seguros son de USD 50 por trimestre, los cuales se deben pagar al inicio de cada trimestre. Si el asegurado desea pagar un año de primas por adelantado, ¿cuánto debe pagar suponiendo que la tasa de interés es de 4% compuesta anualmente?

Ans. Dado que los pagos son periodicos y siempre tienen el mismo valor, entonces estamos hablando de una anualidad; la cual tiene un plazo de 1 año con un periodo cada 3 meses, i.e. estamos hablando de 4 periodos en total. Además, la tasa porcentual por periodo es $TPP = TPA/m = 4/4 = 1\%$.

Ahora bien, dado que el asegurado desea pagar por adelantado, estamos interesados en calcular un valor presente. En adición, dado que los pagos se harán al inicio de cada periodo y la fórmula de valor presente de una anualidad, $A(m)$, tiene presente tan solo pagos al final de cada periodo, debemos comenzar el valor de $A(4)$. Veamos, el asegurado debe pagar

$$x_0 = A(4) - 50 \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{-4} + 50 = 50 \frac{1 - \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{-4}}{1/100} - 50 \left(1 + \frac{1}{100}\right)^{-4} + 50 \approx \text{USD } 197$$

al día de hoy.

Ejercicio 5 (Ejemplo visto en la monitoria). Se debe pagar una deuda de USD 5000 en un plazo de 5 años. Se convino en pagar USD 4000 en el cuarto año, y el resto en el año 5. Por otro lado, sabemos que vamos a recibir un bono por cesantías de USD 4500 dentro de un año.

Determine si se nos va a ser posible pagar nuestra deuda con dicho bono si consideramos una tasa del 4% compuesta trimestralmente.

Ans. La ecuación de valor asociada es

$$x_1 = 4000 \left(1 + \frac{4/4}{100}\right)^{-4 \cdot 3} + 1000 \left(1 + \frac{4/4}{100}\right)^{-4 \cdot 4} \approx \text{USD } 4403.$$

En conclusión, si podremos pagar en el año 1 toda nuestra deuda con el bono de USD 4500, y hasta nos sobrarian aproximadamente USD 97.

Listado de formulas:

- (i) Monto final: $C(n) := P \left(1 + \frac{TPA/k}{100}\right)^{kn}$
- (ii) Valor presente: $P(n) := C \left(1 + \frac{TPA/k}{100}\right)^{-kn}$
- (iii) Monto compuesto continuamente: $C_{\text{cont}}(n) := P e^{\frac{TPA}{100}n}$
- (iv) Tasa efectiva: $r_e := \left[\left(1 + \frac{TPA/k}{100}\right)^k - 1\right] \times 100$
- (v) Valor presente de una anualidad: $A(m) := C \frac{1 - \left(1 + \frac{TPP}{100}\right)^{-m}}{TPP/100}$