



## 2. Descripción de la Asignatura

El curso comienza con el estudio de las funciones de varias variables, una introducción intuitiva al límite en funciones de varias variables y la definición de derivadas parciales con sus respectivas aplicaciones como la determinación de costo y productividad marginal, productos competitivos y complementarios entre otras. Continúa con la optimización para funciones de dos variables, la determinación de puntos críticos, la prueba de la segunda derivada y los multiplicadores de Lagrange.

A continuación, se presenta la integral indefinida y su interpretación geométrica, se estudian los métodos de integración: sustitución, por partes y por fracciones parciales y aplicaciones como la determinación de costos, utilidades, e ingresos a partir de costos, utilidades e ingresos marginales.

El curso finaliza con la solución de problemas optimización de funciones lineales de dos variables sujeta a restricciones representadas por sistemas de desigualdades lineales o problemas de Programación lineal

## 3. Objetivo general

Este curso pretende que el alumno desarrolle competencias básicas que le permita: aprender a aprender, pensar de manera sistemática y crítica, desarrollar habilidades comunicativas y comprender su responsabilidad ética y profesional; desarrollando habilidades genéricas para el trabajo, para la toma de decisiones, la adaptabilidad tecnológica y la autodirección, utilizando como pretexto el contenido de la asignatura.

## 4. Resultados de aprendizaje esperados a nivel programa

- Administración: Formar un profesional creativo, recursivo e ingenioso, con capacidad de análisis y síntesis, lo que le permite el correcto planteamiento de una idea o solución innovadora frente a escenarios dinámicos presentes en el universo empresarial.

- Negocios internacionales: Formular e implementar estrategias de negocios en un contexto global, como conocedor de aspectos económicos, políticos, legales, sociales y culturales del dinámico entorno internacional, que impactan en el desarrollo de las organizaciones donde se desempeña
- Economía: Investigar económicamente las problemáticas del entorno para buscar la forma más adecuada para promover su solución.
- Contaduría: Adquirir habilidades cuantitativas y financieras, que le permitan hacer un análisis profundo de la situación contable de las empresas a la luz de los estándares internacionales.

## 5. Justificación

Las asignaturas designadas ANEC, se ofrecen a los estudiantes de los programas de Administración de Empresas, Economía, Negocios internacionales y Contaduría, en los cuales se requiere del estudio y comprensión de conceptos cuantitativos tales como precio, ingreso, costo, utilidad, inversiones, valor presente, valor futuro, entre otros; lo cual indica que gran parte del análisis de estos conceptos se realiza a través de las matemáticas. Las matemáticas permiten usar símbolos que corresponden a variables que se observan en el mundo real, determinar las propiedades de tales variables por observación y luego enunciar dichas propiedades en lenguaje matemático. Esto nos indica que estos estudiantes necesitan diversas herramientas matemáticas que les permita enfrentar con éxito el estudio de fenómenos económicos tales como los procesos continuos, que se describen y analizan utilizando derivadas e integrales, en una o varias variables, así como la modelación y solución de problemas que tienen como objetivo encontrar un área mínima, el menor coste, la forma óptima, el máximo beneficio, etc. Todos estos problemas, caen dentro de la categoría de Optimización de funciones y pueden ser resueltos con estas herramientas.

## **6. Resultados de Aprendizaje de la asignatura (RA)**

Al finalizar la asignatura, los estudiantes deben estar en capacidad de:

### **6.1. Aplicar los conceptos de límite y derivada en funciones de varias variables para determinar variaciones de una función con respecto a varias variables, utilizando derivadas parciales.**

#### **6.1.1. Indicadores de desempeño (ID)**

- 6.1.1.1. Define aspectos básicos de a una función de dos variables, tales como el dominio y su gráfica, entre otros.
- 6.1.1.2. Determina las derivadas parciales de funciones de varias variables.
- 6.1.1.3. Aplica derivadas parciales en el desarrollo de conceptos como el costo marginal parcial, la productividad marginal y los productos competitivos y complementarios.

### **6.2. Determinar puntos críticos de funciones en varias variables para determinar si en ellas se alcanza un valor extremo o no, aplicando el criterio de la segunda derivada, y estudiando algunas aplicaciones y el uso de multiplicadores de Lagrange.**

#### **6.2.1. Indicadores de desempeño (ID)**

- 6.2.1.1. Determina puntos críticos de funciones en varias variables de modo que, aplicando la prueba de la segunda derivada, podamos determinar si en ellos la función toma un valor extremo.
- 6.2.1.2. Determina puntos críticos, para una función sujeta a ciertas restricciones, aplicando los multiplicadores de Lagrange.
- 6.2.1.3. Soluciona problemas de optimización restringida con funciones de varias variables en el ámbito de la producción, ventas, costos etc.

**6.3. Calcular integrales indefinidas de funciones, aplicando sus principales propiedades y sus representaciones, para resolver situaciones problema que puedan modelarse mediante estas.**

**6.3.1. Indicadores de desempeño (ID)**

6.3.1.1. Relaciona la primitiva o antiderivada de una función  $y = f(x)$  con una familia de funciones  $y = G(x) + C$  tal que  $G'(x) = f(x)$

6.3.1.2. Resuelve integrales indefinidas inmediatas a partir del reconocimiento de la integral de funciones elementales y las propiedades de las integrales.

6.3.1.3. Aplica diversos métodos de integración ya sea sustitución, por partes, por fracciones parciales, al cálculo de integrales, reconociendo qué método utilizar dependiendo de la estructura de la integral.

6.3.1.4. Resuelve problemas de ecuaciones diferenciales con valores iniciales, en donde se involucren términos afines a la Administración de Empresas, Economía, Negocios internacionales y Contaduría, utilizando el método de separación de variables.

**6.4. Resolver problemas de programación lineal, en donde se deba optimizar una función lineal en dos variables, sujeta a restricciones lineales, utilizando el método gráfico.**

**6.4.1. Indicadores de desempeño**

6.4.1.1. Determina el conjunto solución de una inecuación lineal en dos variables.

6.4.1.2. A partir de un sistema de inecuaciones lineales en dos variables, determina si existe o no la región solución del sistema.

6.4.1.3. Resuelve problemas de programación lineal, en donde una función objetivo en dos variables está restringida por un sistema de inecuaciones lineales en dos variables, utilizando el método gráfico.

## **7. Actividades de valoración asociadas a los resultados de aprendizaje**

Las actividades que se propondrán a los estudiantes para monitorear y valorar la comprensión, avance y dificultades en la adquisición de los resultados del aprendizaje propuestos, serán:

- 7.1.** Exámenes cortos de solución individual.
- 7.2.** Actividades grupales en clase o fuera de ella
- 7.3.** Exámenes escritos, diseñados con preguntas de desarrollo, en los cuales los estudiantes deberán presentar en forma clara y ordenada, el procedimiento completo que les permita obtener una solución
- 7.4.** Presentación de solución de ejercicios en clase (Participación en clase)
- 7.5.** Sesiones de retroalimentación y/o de nuevas oportunidades para que los estudiantes puedan demostrar la superación de las dificultades detectadas.

## **8. Actividades de Aprendizaje asociadas a los resultados de aprendizaje**

Las actividades que deben realizar los estudiantes para asegurar una disposición adecuada para enfrentar las actividades de valoración que se propondrán durante el curso, serán:

- 8.1.** Lectura previa de los temas a tratar en clase, los cuales estarán disponibles en el curso correspondiente de la plataforma BrightSpace o en la página web del curso.
- 8.2.** Reconstrucción de los ejemplos resueltos en los documentos disponibles, ya sea en el texto guía o en los documentos alojados en la plataforma BrightSpace o en la página web del curso.
- 8.3.** Estudio de las definiciones, algoritmos y ejemplos expuestos en cada clase, utilizando el tiempo presupuestado para el trabajo autónomo del estudiante.
- 8.4.** Solución de ejercicios y problemas propuestos en cada tema, alojados en el contenido del curso en la plataforma BrightSpace y descritos en el syllabus de la asignatura.
- 8.5.** Asistencia a tutorías individuales y/o grupales ofrecidas por el profesor y el CREE en los horarios propuestos.

## 9. Programación del curso

### **UNIDAD No 1:**

#### **Derivadas parciales**

**Duración: 16 horas**

- 1.1. Funciones de varias variables.
- 1.2. Una versión intuitiva del límite de funciones en varias variables.
- 1.3. Derivadas parciales.
- 1.4. Aplicaciones de las derivadas parciales.
- 1.5. Derivadas parciales de orden superior.
- 1.6. Aplicaciones de las derivadas parciales en contextos económicos.
  - 1.6.1. Costos marginales (17.2, E1, Pag 755)
  - 1.6.2. Productividad marginal (17.2, E3, Pag 756)
  - 1.6.3. Productos competitivos y complementarios (17.2, E4 Pag 757)
  - 1.6.4. Función de producción de Cobb-Douglas (E17.2, #6, Pag 758)

#### **Actividades para trabajo independiente**

- Lectura previa del temario de acuerdo con el syllabus.
- Desarrollo de actividades de formación integral (BrightSpace).
- Repaso de apuntes con ejercicios y procedimientos.

### **UNIDAD No 2**

#### **Valores extremos para funciones en dos variables      Duración: 16 horas**

- 2.1. Valores máximos y mínimos de funciones de dos variables.
- 2.2. Prueba de la segunda derivada para determinar máximos y mínimos de funciones de dos variables.
- 2.3. Método de los multiplicadores de Lagrange.
- 2.4. Problemas de aplicación a contextos económicos.
  - 2.4.1. Minimización de costos (17.7, E3, Pag 780), (E17.7, #13,14, Pag 783)
  - 2.4.2. Combinación de entrada para costo mínimo (17.7, E4, Pag 781),
  - 2.4.3. Maximización de producción (E17.7, # 15,16,18, Pag 783)
  - 2.4.4. Maximización de utilidad (E17.7, # 20, Pag 783)

### **Actividades para trabajo independiente**

- Lectura previa del temario de acuerdo con el syllabus
- Actividades de formación integral (BrightSpace)
- Repaso de apuntes con ejercicios y procedimientos.

### **UNIDAD No 3**

**Tema: Integral definida**

**Duración: 18 horas.**

#### **Subtemas:**

- 3.1. Antiderivada.
- 3.2. Integral indefinida.
- 3.3. Propiedades de la integral indefinida.
- 3.4. Ecuaciones diferenciales por separación de variables
- 3.5. Ecuaciones diferenciales con condiciones iniciales.
- 3.6. Métodos de integración
  - 3.6.1. Integración por sustitución.
  - 3.6.2. Integración por partes
  - 3.6.3. Integración por fracciones simples
- 3.7. Aplicaciones de la integral indefinida en contextos económicos
  - 3.7.1. Determinación del costo a partir del costo marginal. (E 5, Pag 640)  
(P 14.5 # 59-60, # 64-66,68,70, Pag 652)
  - 3.7.2. Determinación del ingreso a partir del ingreso marginal (P 14.3 Pag 9-12), (P 14.5, # 57-58)
  - 3.7.3. Determinación de la demanda a partir del ingreso marginal (E 4, Pag 639)
  - 3.7.4. Elasticidad de la demanda a partir del ingreso marginal (P14. 3, #20, Pag 641)
  - 3.7.5. Costo promedio a partir del costo marginal (P14, # 3, 21, Pag 641)
  - 3.7.6. Bienes raíces (P14. 4, # 85, Pag 647)
  - 3.7.7. Esperanza de vida (P 14. 4, # 86, Pag 647)



3.7.8. Consumo a partir de la propensión marginal al consumo (E4. Pag 650)

### **Actividades para trabajo independiente**

- Lectura previa del temario de acuerdo con el syllabus
- Actividades de formación integral (BrightSpace)
- Repaso de apuntes con ejercicios y procedimientos.

## **UNIDAD No 4**

**Tema: Programación lineal**

**Duración: 14 horas**

### **Subtemas:**

- 4.1. Desigualdades lineales en dos variables
- 4.2. Conjunto solución de una desigualdad lineal en dos variables
- 4.3. Sistema de desigualdades lineales de dos variables.
- 4.4. Conjunto solución de un sistema de desigualdades lineales en dos variables
- 4.5. Problemas de programación lineal.
  - 4.5.1. Región factible para un problema de programación lineal
  - 4.5.2. Producción para máxima utilidad (E7.2, #13,14, Pag 306)
  - 4.5.3. Formulación de una dieta (E7.2, #15, Pag 306)
  - 4.5.4. Nutrientes en fertilizantes (E7.2, #16, Pag 306)
  - 4.5.5. Extracción de minerales (E7.2, #17, Pag 306)
  - 4.5.6. Programación de construcción (E7.2, #18, Pag 306)
  - 4.5.7. Costos de producción (E7.2 # 19, Pag 306)
- 4.6. Soluciones óptimas múltiples.
- 4.7. Método de Karush-Kuhn-Tucker.

### **Actividades para trabajo independiente**

- Lectura previa del temario de acuerdo con el syllabus
- Actividades de formación integral (BrightSpace)
- Repaso de apuntes con ejercicios y procedimientos.

## 10. Metodología

Los desempeños esperados con el desarrollo de esta programación, solo serán posibles lograrlos si el estudiante asume responsablemente las riendas de su aprendizaje y el profesor realiza todo lo que esté a su alcance para que éste se apropie de los conceptos y procedimientos propuestos en esta asignatura. Se deberá utilizar un lenguaje asequible y claro, apoyado en los diferentes sistemas de representación para ayudar a que el estudiante desarrolle un aprendizaje efectivo.

El estudiante debe actuar frente a su proceso de aprendizaje, estudiar los temas y ejercicios asignados por su profesor y propuestos en esta parcelación, ya que estudiar las definiciones permanentes, la práctica continua, organizada y disciplinada de ejercicios y problemas es un camino adecuado para aprender matemáticas efectivamente, y es una actividad que no se puede prescindir de ella si se quiere aprender.

Entre las actividades tendientes a lograr una efectiva apropiación de los conceptos, están:

- La exposición presencial de los temas por parte del profesor (que deben leerse previamente por los alumnos), utilizando los espacios de la universidad.  
El material que se desarrollará en las clases estará disponible con anterioridad en la página del curso.
- La formulación de preguntas durante la clase para estimular la participación de los alumnos.
- La programación de ejercicios y problemas durante la clase y evaluación de estos.
- La asignación de material complementario (en español o inglés) mediante la página de la asignatura (Actividades de formación integral).
- La asignación de trabajos para trabajar de manera remota utilizando la plataforma BrightSpace.

## 11. Evaluación

La evaluación debe ser continua y atendiendo las competencias e indicadores de desempeño propuestos por la Institución, para verificar las habilidades y destrezas adquiridas por el estudiante en su proceso de formación.

<b>Evidencia de aprendizaje</b>	<b>Período</b>	<b>Ponderación</b>
Corte I (Semanas 1-2-3-4)	Se realizará en la quinta semana de clases	25%
Corte II (Semanas 5-6-7-8)	Se realizará en la novena semana de clases.	25%
Corte III (Semanas 9-10-11-12)	Se realizará en la décimo tercera semana de clases.	25%
Evaluación Final.  1. Problemas de optimización de funciones en varias variables 2. Integrales indefinidas 3. Problemas de programación lineal	De acuerdo con la fecha establecida por Registro	25%

**Cada corte estará conformado por:**

**Actividades en clase, 20% del valor del corte**

**Evaluación individual escrita, 80% del valor del corte.**

## 12. Bibliografía

Tipo de bibliografía	Tipo de referencia	Idioma	En Biblioteca
Texto Guía	<b>Haeussler, F y Paul, R. <i>Matemáticas para administración y economía</i>. 13a ed. México: Pearson, 2015. 888p. ISBN 978-607-32-2916-6</b>	Español	Si
Texto de referencia	Hoffmann, L. y Bradley, G. <i>Cálculo para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . Santa Fe de Bogotá: Mc Graw Hill-Interamericana. Sexta edición, 1998.	Español	Si
Texto de referencia	Sydsaeter, Knut y Hammond. <i>Matemáticas para el análisis económico</i> . Madrid: Prentice Hall, 1996.	Español	Si
Texto de referencia	Larson, R. Hostetler, R. y Edwards, B. <i>Cálculo y geometría analítica. Vol. 1 y 2</i> . Sexta edición. Madrid: Mc Graw Hill, 1999	Español	Si
Texto de referencia	Arya, J. y Lardner, R. <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y a la Economía</i> . México: Prentice Hall, Cuarta edición, 1992.	Español	Si
Texto de referencia	Dowling, E. <i>Cálculo para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . Bogotá: Mc Graw Hill, colección Schaum, 1992.	Español	Si
Texto de referencia	Bittinger, M. <i>Cálculo para ciencias económico-administrativas</i> . Bogotá: Addison Wesley. Séptima edición, 2002.	Español	Si