

Nombre:

Grupo :

**Tema: Integración por sustitución (Fórmulas básicas)**

1. Aplicando las fórmulas, escriba el resultado.

(a)

$$\int \left(-\frac{5}{3}x - 1\right)^{\frac{2}{3}} dx =$$

(b)

$$\int \left(\frac{3}{2}x + 2\right)^{-3} dx =$$

(c)

$$\int \left(\frac{3}{2}x + 2\right)^{-1} dx =$$

(d)

$$\int e^{\left(\frac{1}{2}x - 5\right)} dx =$$

2. Pruebe que

$$\int 3\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)dx = \frac{3}{2}x^2 + 6x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}(\sqrt{x} + 4) + C$$

(a) Sugerencia: Aplique la propiedad distributiva inicialmente

 (b) Sugerencia: Tome  $u = \sqrt{x} + 3$ 

3. Pruebe que

$$\int 3\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)^2 dx = \frac{3}{5}x^{\frac{3}{2}}(2x + 15\sqrt{x} + 30) + C = 9x^2 + 18x^{\frac{3}{2}} + \frac{6}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$$

(a) Sugerencia: Desarrolle el cuadrado del binomio y aplique la propiedad distributiva inicialmente

 (b) Sugerencia: Tome  $u = \sqrt{x} + 3$ 

4.

$$\int \frac{(\sqrt{x} + 3)^2}{5\sqrt{x}} dx = \frac{2}{15}\sqrt{x}(x + 9\sqrt{x} + 27) + C = \frac{6}{5}x + \frac{18}{5}\sqrt{x} + \frac{2}{15}x^{\frac{3}{2}} + C$$

(a) Sugerencia: Desarrolle el cuadrado del binomio y luego divida

 (b) Sugerencia: Tome  $u = \sqrt{x} + 3$ 

5. Pruebe que

$$\int \frac{3x}{(x + 10)^4} dx = -\frac{\frac{3}{2}x + 5}{(x + 10)^3} + C$$

 Sugerencia, tome  $u = x + 10 \rightarrow x = u - 10$ 

6. Pruebe que

$$\int \frac{5x}{x + 1} dx = 5x - 5 \ln(x + 1) + C$$

 Tome  $u = x + 1 \rightarrow x = u - 1$

7.

$$\int \frac{dx}{(x+3)\ln(x+3)} = \ln(\ln(x+3)) + C$$

Tome  $u = \ln(x+3)$

8. Pruebe que

$$\int \left( \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{x-1} \right) dx = \frac{x \ln(x-1)}{x-1} - \frac{1}{x-1} - \frac{\ln(x-1)}{x-1} + C$$

9. Pruebe que

$$\int \left( \frac{3x}{3x^2+1} + \frac{1}{(3x+1)^3} \right) dx = \frac{1}{2} \ln(3x^2+1) - \frac{1}{6(3x+1)^2} + K$$

10. La propensión marginal al consumo está dada por

$$\frac{dC}{dI} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{3I}}$$

Determine el consumo  $C$  en términos del ingreso nacional  $I$ , si cuando  $I = 3$  se tiene que  $C = \frac{3}{4}$

11. Pruebe que

$$(a) \int \frac{e^{3x}}{e^{3x}+4} dx = \frac{1}{3} \ln(e^{3x}+4) + C$$

Tome  $u = e^{3x} + 4$

$$(b) \int e^{3x}(2e^{3x}+1)^6 dx$$

Tome  $u = 2e^{3x} + 1$

12. Determine, en cada caso, la función  $y$ , a partir de las derivadas y las condiciones iniciales dadas.

$$y'' = (2x-1)^7; \quad y'(1) = 1; \quad y(1) = -1$$

13. La propensión marginal al ahorro de cierto país., está dado por

$$\frac{dS}{dI} = \frac{5}{(I+2)^2}$$

donde  $S$  representa el ahorro e  $I$  el ingreso total nacional y se mide en miles de millones de dólares. Si el consumo nacional es de \$7,5 miles de millones cuando el ingreso nacional total es de \$8 mil millones, ¿Para qué valor o valores de  $I$  el ahorro total nacional es igual a cero?

(Recuerde que  $S = I - C$ ,  $I$  ingreso nacional y  $C$  Consumo nacional)

14. El costo marginal de un producto para un fabricante está dado por

$$\frac{dC}{dq} = 10 - \frac{100}{q+10}$$

donde  $C$  es el costo en dólares cuando se producen  $q$  unidades. Cuando se producen 100 unidades, el costo promedio es de \$50 la unidad. ¿Cuál es el costo fijo del fabricante?