

Departamento de Matemáticas  
Ecuaciones Diferenciales

Taller 1

1 de febrero de 2023

1. Resolver los siguientes ejercicios del texto guía. Allí se indica primero la Sección y después de los dos puntos los ejercicios sugeridos:

a) 1.1: 1-36, 47, 48.

b) 1.2: 1-9, 11, 13 y 14.

c) 2.2: 1-30.

d) 2.3: 1-36.

e) 2.4: 1-20, 25-38, 42.

f) 2.5: 1-22.

2. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales.

a)  $\sin(y') - y' = x + 3$ .

b)  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^2 + \ln x$ .

c)  $\frac{d}{dx} \left( x \frac{dy}{dx} \right) + x^2y = 0$ .

d)  $u_{ttt} + au_{xx} = 0$ .

3. Resuelva las siguientes ecuaciones homogéneas.

a)  $(3y^2 + 4xy - x^2)dx - (2x^2 + 2xy)dy = 0$ .

b)  $(x^3 - x^2y - 10xy^2 - 3y^3)dx + (3xy^2 + 7x^2y)dy = 0$ .

c)  $[4x \cos(y/x) - 3x \sin(y/x) - y]dx + xdy = 0$ .

d)  $x(2y^4 - x^4)\frac{dy}{dx} = y(y^4 - x^4)$ .

e)  $y(\ln x - \ln y)dx = (x \ln x - x \ln y - y)dy$ .

4. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

$$a) \frac{dy}{dx} + \frac{6}{x^2 - 1}y = \frac{3(x + 1)}{(x - 1)\sqrt{x^2 + 1}}y^{2/3}.$$

$$b) -2\frac{dy}{dx} + (\ln x)y = \ln x \left[ \frac{2}{x} + (\ln x)^2 \right] y^3.$$

$$c) (x^2 + 1)\sqrt{y}\frac{dy}{dx} = xe^{3x/2} + (1 - x^2)y\sqrt{y}.$$

5. Considere las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$a) (y^2 + 2xy)dx - x^2dy = 0.$$

$$b) (2xy + 2y^3)dx + (3x^2 + 10xy^2)dy = 0.$$

$$c) (y + \cos^2 x)dx + \left(\frac{3}{2}x + xy + \frac{1}{2}\sin x \cos x\right)dy = 0.$$

- 1) Demuestre que no son exactas.
- 2) Halle un factor integrante.
- 3) Halle la solución general en cada caso.

6. Las siguientes ecuaciones diferenciales tienen un factor integrante de la forma  $\mu(x, y) = x^a y^b$ . Halle los valores exactos de  $a$  y  $b$ . Halle la solución general.

$$a) (2x^2y + y^2)dx + (2x^3 - xy)dy = 0.$$

$$b) x(4y dx + 2x dy) + y^3(3y dx + 5x dy) = 0.$$

7. Halle la solución de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial

$$a) (x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)^2, \quad y(0) = 1.$$

$$b) \cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

$$c) ydx + x(\ln x - \ln y - 1)dy = 0, \quad y(1) = e.$$