

Nombre: _____ Código: _____

Profesor: _____

1. [1.5 pts] Considere la función $f(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t < 2, \\ 34e^{6(t-2)}, & \text{si } t \geq 2. \end{cases}$

- a) [0.5 pts] Escriba la función $f(t)$ en términos de una función escalón unitario.
b) [1.0 pts] Calcule detalladamente $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

2. [1.5 pts] Calcule detalladamente

- a) [1.0 pts] $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{34}{s^2 - 6s + 34}\right\}$.
b) [0.5 pts] $\mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-2s}\frac{34}{s^2 - 6s + 34}\right\}$.

3. [2.0 pts] Encuentre la solución $y(t)$ de la ecuación integro-diferencial

$$y'(t) + 34 \int_0^t e^{6(t-\tau)} y(\tau) d\tau = f(t), \quad y(0) = 0,$$

donde $f(t)$ es la función del primer punto.

Tabla de transformadas

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = F(s) \iff \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}(t) = f(t)$$

$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\}(s) = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{e^{at}\}(s) = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\mathcal{L}\{t^n\}(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\cos(kt)\}(s) = \frac{s}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t-a)f(t)\}(s) = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t+a)\}(s), \quad a > 0$	$\mathcal{L}\{\sin(kt)\}(s) = \frac{k}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t-a)f(t-a)\}(s) = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\}(s) = F(s)G(s)$

$$\text{Recuerde: } (f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau.$$

Nota:

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.