

Nombre: _____ Código: _____
Profesor: _____

1. a) [1.0 pts] Considere la función $f(t) = \begin{cases} 2t, & \text{si } 0 \leq t < 2, \\ 4, & \text{si } t \geq 2. \end{cases}$

Calcule detalladamente $\mathcal{L}\{f(t)\}$.

- b) [1.0 pts] Calcule detalladamente, usando el teorema de convolución, $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(s+2)}\right\}$.

2. [1.0 pts] Encuentre la solución $y = y(t)$ del problema de valor inicial

$$y' + 2y = f(t), \quad y(0) = 0,$$

donde $f(t)$ es la función dada en la pregunta 1a).

3. [2.0 pts] Encuentre la solución $f(t)$ de la ecuación integral

$$f(t) = \int_0^t e^{2y}(t-y)dy + \int_0^t 4yf(t-y)dy.$$

Tabla de transformadas

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = F(s) \iff \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}(t) = f(t)$$

$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\}(s) = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{e^{at}\}(s) = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\mathcal{L}\{t^n\}(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\cos(kt)\}(s) = \frac{s}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t-a)f(t)\}(s) = e^{-as}\mathcal{L}\{f(t+a)\}(s), \quad a > 0$	$\mathcal{L}\{\sin(kt)\}(s) = \frac{k}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{\mathcal{U}(t-a)f(t-a)\}(s) = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\}(s) = F(s)G(s)$

$$\text{Recuerde: } (f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau.$$

Nota:

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.