

Nombre: _____ Código: _____

Profesor: _____

1. [1.4 pts] Un tanque con capacidad de 400 galones contiene inicialmente 160 galones de salmuera (solución salina) en los que se han disuelto 40 libras de sal. Al tanque se vierte agua pura a razón de 5 galones por minuto. La solución bien mezclada sale del tanque a razón de 3 galones por minuto.

- (a) [0.2 pts] Determine la concentración de sal que hay en el tanque al inicio.
(b) [0.2 pts] Determine el instante en que el tanque está por a mitad de su capacidad.
(c) [1.0 pts] Escriba un problema de valor inicial (PVI) que permita determinar la cantidad de libras de sal que hay presente en el tanque en cualquier instante de tiempo t antes que el tanque quede vacío. Argumente claramente sus afirmaciones. **No resuelva el PVI.**

2. [2.4 pts] Considere las siguientes dos ecuaciones diferenciales

$$4(x-1)^2 y'' - 8(x-1)y' + 9y = 0 \quad (1)$$

y

$$4y'' + 2y' + y = x^{1/2}(x^2 + 5x + 15) \quad (2)$$

en el intervalo $I = (1, \infty)$.

- (a) [0.2 pts] Verifique que $w = x^{5/2}$, es solución de una de las dos ecuaciones diferenciales consideradas en I .
(b) [0.2 pts] Verifique que $z = (x-1)^{3/2}$, es solución de una de las dos ecuaciones diferenciales consideradas en I .
(c) [1.0 pts] Encuentre la solución general de la ED (1).
(d) [1.0 pts] Encuentre la solución general de la ED (2).
3. [1.2 pts] Se sabe que $C = \{3, \frac{1}{4}x^4 - 1, 5 - x^4, 2x + 1, x + 5\}$ es un conjunto formado por cinco soluciones de la ecuación diferencial (ED)

$$x^3 y''' - 2x^2 y'' = 0 \quad \text{en } I = (0, \infty)$$

(no verifique esta afirmación). A partir de esta información, obtenga un conjunto fundamental de soluciones para la ED en el intervalo I y escriba la solución general. Argumente claramente sus respuestas.

Nota:

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.