

1. Encuentre la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) [1.5 pts] $2x^2y'' + 5xy' + y = 0, x > 0.$

Solución: La ecuación auxiliar es

$$2m(m - 1) + 5m + 1 = 0$$

o equivalentemente $2m^2 + 3m + 1 = 0$. Aplicando la fórmula general con $a = 2, b = 3$ y $c = 1$, se obtiene que

$$m = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(1)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4},$$

de donde resulta que las raíces de la ecuación auxiliar son

$$m_1 = \frac{-3 + 1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2},$$
$$m_2 = \frac{-3 - 1}{4} = \frac{-4}{4} = -1.$$

Luego, la solución general de la ED es

$$y = c_1x^{-\frac{1}{2}} + c_2x^{-1}.$$

b) [1.5 pts] $y^{(4)} + y^{(3)} - 5y'' + 3y' = 0.$

2. [2.0 pts] Use el método de variación de parámetros para encontrar una solución particular y_p para la ecuación diferencial no homogénea:

$$x^2y'' + 3xy' - 3y = \frac{40}{x^4}, x > 0,$$

sabiendo que $y_1 = 2x, y_2 = x^{-3}$ forma un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación homogénea asociada a la ecuación diferencial no homogénea dada en el intervalo $I = (0, \infty)$. Además, escriba la solución general de la ecuación diferencial no homogénea dada.

Nota:

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.