

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADÍSTIA
PRIMER PARCIAL DE CALCULO I
202310

A

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes o libros. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 90 minutos.

Indicadores de desempeño

Establece el impacto sobre la representación gráfica o algebraica de una relación funcional de transformaciones rígidas y/o no rígidas (Traslaciones verticales y horizontales, reflexiones sobre los ejes, compresiones y estiramientos verticales y horizontales).

Bosqueja la gráfica de relaciones funcionales polinómicas (grado ≥ 3) usando: el comportamiento final, la multiplicidad de las raíces y las simetría con respecto al eje y o al origen cuando sea posible.

Bosqueja la gráfica de funciones racionales usando los conceptos de asíntota vertical, horizontal y oblicua cuando sea pertinente.

Identifica funciones pares, impares, e inyectivas y su correspondiente propiedad gráfica.

Deduca de manera coherente y lógica el dominio y las imágenes de una relación funcional (algebraica o trascendente) a partir de cualquiera de sus representaciones: simbólica, grafica o numérica.

Realiza de forma organizada operaciones algebraicas y de composición con relaciones funcionales (algebraicas y/o trascendentes).

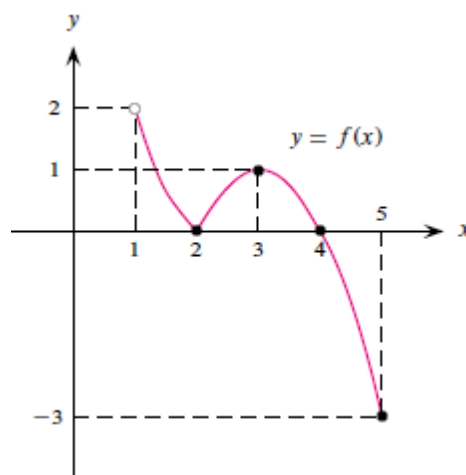
Identifica cuando una relación funcional de una variable es invertible.

Calcula analíticamente, cuando es posible, la inversa de funciones algebraicas y trascendentes sencillas.

Expresa gráficamente, usando ejemplos específicos, las relaciones entre la función y su inversa.

Traduce los enunciados verbales de situaciones problemas a representaciones simbólicas (algebraicas) funcionales usando conocimiento previo de geometría, trigonometría y física básica las e identificando y representando adecuadamente las variables y las constantes de la situación

1. 3 (Valor 2 puntos). Dada la función $y = f(x) = x^2 - 2x + 3$
 - a. Dibuje la gráfica de f . Establezca su dominio y su rango. En la gráfica además del vértice se deben especificar dos puntos más, uno en la rama izquierda de la parábola y otro en la rama derecha.
 - b. Restringiendo el dominio de f , defina una nueva función g que sea 1 a 1 y que tenga el mismo rango de f y cuya grafica corresponda a la rama **izquierda** de la parábola.
 - c. Hallar la inversa de g
 - d. Trazar en un mismo plano cartesiano las gráficas de g y g^{-1}
 - e. Comprobar que $(g \circ g^{-1})(x) = x$ para todo $x \in \text{dom}(g^{-1})$
2. (Valor 1 punto). La función f es par, y parte de su gráfica es la figura siguiente



- a. Complete la gráfica de f
 - b. Obtenga su dominio, raíces y rango
3. (Valor 1 punto). Resuelva los siguientes ejercicios
 - a. Encuentre la ecuación de la gráfica final después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de $y = f(x)$. La gráfica de $f(x) = 2x^3 + \sqrt{5+x}$ reflejada en el eje y , luego desplazada 5 unidades hacia la izquierda y 4 unidades hacia arriba .
 - b. Una empresa desea construir una caja rectangular abierta con un volumen de 450 pulg^3 , de modo que la longitud de su base sea tres veces su ancho. Expresar el área superficial de la caja como una función de su ancho.
4. (Valor 1 punto). Bosqueje la gráfica de las siguientes funciones usando cuando sea pertinente: asíntotas, Intersectos con los ejes, simetrías, comportamiento final, multiplicidad de las raíces e imágenes de algunos valores de los dominios
 - a. $y = x^3(x - 1)^2$
 - b. $y = \frac{2-x}{1+x}$

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADÍSTIA
PRIMER PARCIAL DE CALCULO I
202310

A

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes o libros. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 90 minutos.

Indicadores de desempeño

Establece el impacto sobre la representación gráfica o algebraica de una relación funcional de transformaciones rígidas y/o no rígidas (Traslaciones verticales y horizontales, reflexiones sobre los ejes, comprensiones y estiramientos verticales y horizontales).

Bosqueja la gráfica de relaciones funcionales polinómicas (grado ≥ 3) usando: el comportamiento final, la multiplicidad de las raíces y las simetría con respecto al eje y o al origen cuando sea posible.

Bosqueja la gráfica de funciones racionales usando los conceptos de asíntota vertical, horizontal y oblicua cuando sea pertinente.

Identifica funciones pares, impares, e inyectivas y su correspondiente propiedad gráfica.

Deduca de manera coherente y lógica el dominio y las imágenes de una relación funcional (algebraica o trascendente) a partir de cualquiera de sus representaciones: simbólica, grafica o numérica.

Realiza de forma organizada operaciones algebraicas y de composición con relaciones funcionales (algebraicas y/o trascendentes).

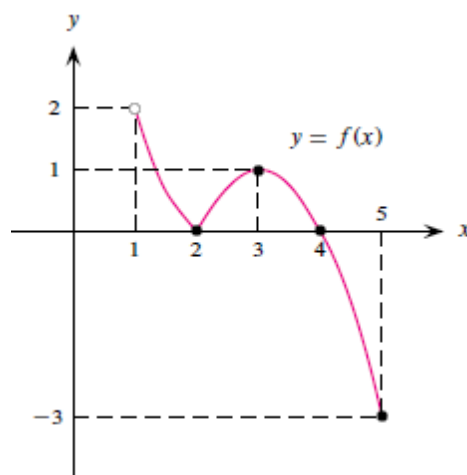
Identifica cuando una relación funcional de una variable es invertible.

Calcula analíticamente, cuando es posible, la inversa de funciones algebraicas y trascendentes sencillas.

Expresa gráficamente, usando ejemplos específicos, las relaciones entre la función y su inversa.

Traduce los enunciados verbales de situaciones problemas a representaciones simbólicas (algebraicas) funcionales usando conocimiento previo de geometría, trigonometría y física básica las e identificando y representando adecuadamente las variables y las constantes de la situación

5. 3 (Valor 2 puntos). Dada la función $y = f(x) = x^2 - 2x + 3$
 - a. Dibuje la gráfica de f . Establezca su dominio y su rango. En la gráfica además del vértice se deben especificar dos puntos más, uno en la rama izquierda de la parábola y otro en la rama derecha.
 - b. Restringiendo el dominio de f , defina una nueva función g que sea 1 a 1 y que tenga el mismo rango de f y cuya grafica corresponda a la rama **izquierda** de la parábola.
 - c. Hallar la inversa de g
 - d. Trazar en un mismo plano cartesiano las gráficas de g y g^{-1}
 - e. Comprobar que $(g \circ g^{-1})(x) = x$ para todo $x \in \text{dom}(g^{-1})$
6. (Valor 1 punto). La función f es impar, y parte de su gráfica es la figura siguiente



- c. Complete la gráfica de f
 - d. Obtenga su dominio, raíces y rango
7. (Valor 1 punto). Resuelva los siguientes ejercicios
 - a. Encuentre la ecuación de la gráfica final después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de $y = f(x)$. La gráfica de $f(x) = 2x^3 + \sqrt{3} + x$ reflejada en el eje y , luego desplazada 3 unidades hacia la izquierda y 5 unidades hacia arriba .
 - b. Una empresa desea construir una caja rectangular abierta con un volumen de 250 pulg^3 , de modo que la longitud de su base sea dos veces su ancho. Expresar el área superficial de la caja como una función de su ancho.
8. (Valor 1 punto). Bosqueje la gráfica de las siguientes funciones usando cuando sea pertinente: asíntotas, Intersectos con los ejes, simetrías, comportamiento final, multiplicidad de las raíces e imágenes de algunos valores de los dominios
 - a. $y = x^3(x - 1)^2$
 - b. $y = \frac{2-x}{1+x}$

