Ejercicios sugeridos para preparar el tercer parcial.

1 Diferenciación.

1.1 Calcular la derivada utilizando la definición $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

1. $f(x) = 3x^2$
2. $f(x) = 5x^3$
3. $f(x) = \dfrac{-2}{x}$
4. $f(x) = \sqrt{x}$
5. $f(x) = 4$
6. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

1.2 Calcular la derivada

1. $f(x) = 4x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 8x + 4$
2. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
3. $f(x) = \dfrac{-2}{x^2}$
4. $f(x) = \dfrac{x^3 + x^2 + 1}{x^2}$
5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
6. $f(x) = (x^3 + 2x - 1)(x^2 - 3)$
7. $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 3)$
8. $f(x) = \dfrac{5x^2 + 8}{x^2 + 1}$

   Solution is $f'(x) = \dfrac{-6x}{(x^2+1)^2}$
9. $f(x) = \dfrac{3x^3 + 2}{3x^3 - 4}$

   Solution is $f'(x) = \dfrac{-54x^2}{(3x^3-4)^2}$
10. $f(x) = \dfrac{5x^2 - 7x - 6}{x^2 - 2x}$

1.3 Recta tangente a la curva.

1.3.1 Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto indicado.

1. $y = x^2 + 1$ en el punto $(2, 5)$
2. $y = 4x^2 + 5x + 6$ en el punto $(1, 15)$
3. $y = \dfrac{x^2 + 4}{x^2 + 1}$ en el punto $x = 0$
4. $y = \dfrac{x^2 + 2}{x + 1}$ en el punto $x = 1$
5. $y = 3 + x - 5x^2 + x^4$ en el punto $(0, 3)$
6. $y = \dfrac{\sqrt{x}\,(2 - x^2)}{x}$ en el punto $x = 4$
7. Encuentre la pendiente a la curva $y = \left(x^2 - 7x - 8\right)^2$ en el punto $(8, 0)$.
8. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sqrt[3]{\left(x^2 - 8\right)^2}$ en el punto $(3, 1)$

1.3.2 Encuentre todos los puntos sobre la curva donde la recta tangente es horizontal.

1. $y = \frac{5}{2}x^2 - x^3$
2. $y = \dfrac{x^5}{5} - x + 1$

1.4 Utilizar la Regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones.

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
2. $f(x) = \sqrt{5x^3 + 2x^2 - 8x + 2}$
3. $f(x) = \sqrt[3]{\left(4x^5 - 2x^2\right)^2}$
4. $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x - 4}{\sqrt{x^2 + 1}}$
5. $g(s) = \left(\dfrac{2s + 5}{s^2 + 1}\right)^4$
6. $f(t) = \left(t^2 - 4\right)^5 (3t + 5)^4$
7. $f(x) = \sqrt[3]{(x - 2)^2 (x + 2)}$

8. $g(m) = \dfrac{10m^2}{\sqrt{m^2+1}}$

9. $f(x) = 5^{\left(2x^2+x\right)}$

10. $f(x) = \sqrt{\dfrac{8x^2-3}{x^2+2}}$

11. $r(s) = \dfrac{2}{s^3} - \dfrac{9}{s^2}$

12. $f(x) = 7^{-x^2/4}$

13. $f(x) = x^2 e^{-x^2/4}$

14. $q(r) = \sqrt{12r - r^2}$

15. $s(t) = \sqrt[7]{t^{-2}}$

16. $g(x) = 8^{2x^2} + 16^{2x^3}$

17. $f(x) = \sqrt{\sqrt{x}+2}$

1.5 Calcular la segunda derivada de las siguientes funciones.

1. $f(x) = 6x^3 + 8x + 5x^{-3}$

2. $w(z) = 3z^{-6} - \frac{1}{z} + 6^3$

3. $f(t) = \ln\left(\sqrt{t^4+1}\right)$

4. $g(t) = te^{-t^2}$

5. $r(s) = \dfrac{3}{s^3} - \dfrac{6}{s} + 2s + 4^2$

6. $f(x) = \dfrac{2}{5x^3} + \dfrac{1}{11x}$

7. $f(x) = \left(8 + \dfrac{4}{x}\right)^4$

8. $f(x) = \left(\sqrt{x} - 3\right)^{-4}$

9. $f(x) = e^{x^2/2}$

10. $f(x) = 7^{2x} + 3^{2x}$

11. $f(x) = \ln\left(\dfrac{4+x^4}{x^9}\right)$

12. $f(x) = 6^{x^3} + 2^{x^3}$

13. $f(x) = \log_7 \left(\dfrac{7^x}{e^x + 1} \right)$

14. $P(q) = \dfrac{(q+2)(q+6)}{q^3}$

1.6 Calcular la derivada de las siguientes funciones

1. $f(x) = \ln(8x^4 + x^2)$

2. $f(x) = \ln \left(\dfrac{(x^2+1)(x^4+x^2+1)}{x^4+1} \right)$

3. $f(x) = x^{16} \ln \sqrt{x^2+1}$

4. $g(z) = [\ln(z^4)]^2 + \left[\ln \left(\dfrac{1}{z^2} \right) \right]^6$

5. $f(x) = \ln \left(2x + \sqrt{4x^2+1} \right)$

6. $f(x) = \ln \left(\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1} \right)$

7. $f(x) = \log_2 \left(\dfrac{x^2+4}{x^4+1} \right)$

8. $f(x) = \dfrac{\ln(4x)}{\ln(2x)}$

9. $f(x) = \ln \sqrt{\dfrac{(3x+2)^2}{x^4+7}}$

10. $f(t) = \ln \left(\sqrt{5t+1} \, (t^3+4)^6 \right)$

11. $f(x) = \log_3 \left(\dfrac{3^{x^3}}{3^{2x^3} + 9^{x^3}} \right)$ ....Solution is $f'(x) = -3x^2$

12. $f(x) = \ln \left(\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{x} \right)$

13. $f(x) = 7^{\sqrt{x}}$

14. $f(x) = 5^{9x}$

15. $f(x) = 2^{\sqrt{x^2+1}}$

16. $f(x) = \log_7 (x^2 - 6x - 2)$

17. $f(x) = 3^x \ln(x^6 + 8)$

18. $f(x) = \log_2 \left(3^{x^2}\right)$

19. $f(x) = \log_2 \left[\left(4x^2\right)\left(2^{x^2}\right)\right]$

20. $f(x) = \log_2 \left(\dfrac{x^2}{3\sqrt{x^2+1}}\right)$

21. $f(x) = x^4 e^{2x}$

1.7 Costo marginal e ingreso marginal.

1. Encuentre la función de ingreso marginal si la funcion de demanda es $p = \dfrac{25}{\ln(q+2)}$

2. La función de costo total está dada dada por $c = 25\ln(q+1) + 12$. Encuentre el costo marginal cuando $q = 6$

3. La función en dólares del costo promedio de un fabricante, está dado por

$$\bar{c} = \frac{500}{\ln(q+20)}$$

   Encuentre el costo marginal cuando $q = 50$.

4. La oferta de q unidades de un producto al precio de p dólares por unidad está dado por $q(p) = 25 + 10\ln(2p+1)$. Encuentre la tasa de cambio de la oferta con respecto al precio.

5. En cada uno de los siguientes casos $\bar{c}$ es el costo promedio de producir q unidades de un producto. Encuentre la función costo marginal y el costo marginal para los valores dados de q. Interprete su respuesta.

   (a) $\bar{c} = \dfrac{7000e^{q/700}}{q}; \quad q = 350, \quad q = 700$

   (b) $\bar{c} = \dfrac{850}{q} + \dfrac{4000e^{(2q+6)/800}}{q}; \quad q = 97, \quad q = 197$

6. Si la ecuación de demanda del producto de un fabricante es $p = \dfrac{100}{q+5}$ donde p esta en dólares, encuentre la función ingreso marginal y evalúela cuando $q = 45$.

7. Si la ecuación del costo promedio de un fabricante es $\bar{c} = 0.0001q^2 - 0.02q + 5 + \dfrac{500}{q}$ encuentre la función de costo marginal. ¿Cuál es el costo marginal cuando se producen 50 unidades.

8. El costo de producir q unidades de un producto está dado por $c(q) = 5500 + 12q + 0.2q^2$. Si el precio de p unidades está dado por $q = 900 - 1.5p$. utilice la regla de la cadena para encontrar la razón de cambio del costo con respecto al precio unitario cuando $p = 85$.

9. Si $r(q) = q(20 - 0.1q)$ es la función ingreso total, encuentre la función ingreso marginal.

10. Si $c(q) = 0.0001q^3 - 0.02q^2 + 3q + 6000$ es la función de costo total, encuetre el costo marginal cuando $q = 100$.

11. Si $p = 500 - 0.1q$ es una ecuación de demanda, encuentre la función ingreso marginal.

12. Un fabricante determinó que para su producto el costo promedio diario en cientos de dólares está dado por
$$\bar{c} = \frac{324}{\sqrt{q^2+35}} + \frac{5}{q} + \frac{19}{18}$$

    (a) Determine el costo marginal del fabricante cuando se producen 17 unidades por día.

    (b) El fabricante determina que si la producción y las ventas se incrementan en 18 unidades diarias, el ingreso crecería a \$275. ¿Debería realizar este aumento? ¿Por que?

1.8 Producto del ingreso marginal.

Definition 1 *(Texto guia pagina 519-520) "Ahora se utilizará lo aprendido en el cálculo para desarrollar un concepto de importancia en el estudio de la economía. Suponga que un fabricante emplea m personas para producir un total de q unidades de un producto por día. Se puede pensar que q es una función de m. Si r es el ingreso total que el fabricante recibe al vender esas unidades, entonces r tambien puede considerarse una función de m. Así, se puede ver a $\frac{dr}{dm}$ como la razón de cambio del ingreso con respecto al número de empleados. La derivada $\frac{dr}{dm}$ se llama* ***producto del ingreso marginal****. Es aproximadamente igual al cambio en el ingreso que resulta cuando el fabricante emplea un trabajador adicional."*

1. Un fabricante determina que m empleados producirán un toral de q unidades de un producto por día, donde
$$q = \frac{10m^2}{\sqrt{m^2+19}}$$
Si la ecuación de demanda para el para el producto es $p = \dfrac{900}{q+9}$, determine el producto del ingreso marginal cuando $m = 9$

2. Un empresario que emplea m trabajadores encuentra que producen
$$q = 2m(2m+1)^{\frac{3}{2}}$$
unidades de producto diariamente. El ingreso total r (en dolares) esta dado por
$$r = \frac{50q}{\sqrt{1000+3q}}$$

    (a) ¿Cuál es el precio por unidad (al centavo mas cercano) cuando hay 12 trabajadores.?

(b) Determine el ingreso marginal cuando hay 12 trabajadores.

(c) Determine el producto del ingreso marginal cuando $m = 12$.

3. En cada uno de los siguientes casos, q es el número total de unidades producidas por día por m empleados de un fabricantes, y p es el precio de venta por unidad. En cada caso encuentre el producto del ingreso marginal para el valor dado m.

   (a) $q = 5m, \qquad p = -0.4q + 50; \qquad m = 6$

   (b) $q = \dfrac{200m - m^2}{20}, \qquad p = -0.1q + 70; \qquad m = 40$

   (c) $q = \dfrac{10m^2}{\sqrt{m^2 + 9}}, \qquad p = \dfrac{525}{q + 3}; \qquad m = 4$

   (d) $q = \dfrac{100m}{\sqrt{m^2 + 19}}, \qquad p = \dfrac{4500}{q + 10}; \qquad m = 9$