

Taller de preparación para el tercer parcial de Cálculo 1.

1 Diferenciación.

1.1 Calcular la derivada utilizando la definición $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

1. $f(x) = 3x^2$

2. $f(x) = 5x^3$

3. $f(x) = \frac{-2}{x}$

4. $f(x) = \sqrt{x}$

5. $f(x) = 4$

6. $f(x) = \sin x$

7. $f(x) = \cos x$

1.2 Calcular la derivada utilizando la definición $f'(x) = \lim_{w \rightarrow x} \frac{f(w) - f(x)}{w - x}$

1. $f(x) = 3x^2$

2. $f(x) = 5x^3$

3. $f(x) = \frac{-2}{x}$

4. $f(x) = \sqrt{x}$

5. $f(x) = 4$

1.3 Calcular la derivada.

1. $f(x) = 4x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 8x + 4$

2. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

3. $f(x) = \frac{-2}{x^2}$

4. $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2}$

5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

6. $f(x) = (x^3 + 2x - 1)(x^2 - 3)$

7. $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 3)$

$$8. f(x) = \frac{5x^2 + 8}{x^2 + 1}$$

$$\text{Solution is } f'(x) = \frac{-6x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$9. f(x) = \frac{3x^3 + 2}{3x^3 - 4}$$

$$\text{Solution is } f'(x) = \frac{-54x^2}{(3x^3 - 4)^2}$$

$$10. f(x) = \frac{5x^2 - 7x - 6}{x^2 - 2x}$$

$$11. f(x) = \sin(2x) + \cos(x^2)$$

$$12. f(x) = 5x^3 \tan(2x) + \sec(x)$$

$$13. f(x) = e^{2x} \sin^2(2x) + e^{3x} \sin^2(2x)$$

$$14. f(x) = \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)}$$

$$15. f(x) = \frac{\cos^2(4x)}{1 + \tan^2(4x)} \dots \text{Solution is } f'(x) = -16 \cos^3 4x \sin 4x$$

$$16. f(x) = \ln(\sec x + \tan x)$$

1.4 Recta tangente a la curva.

1.4.1 Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto indicado.

$$1. y = x^2 + 1 \text{ en el punto } (2, 5)$$

$$2. y = 4x^2 + 5x + 6 \text{ en el punto } (1, 15)$$

$$3. y = \frac{x^2 + 4}{x^2 + 1} \text{ en el punto } x = 0$$

$$4. y = \frac{x^2 + 2}{x + 1} \text{ en el punto } x = 1$$

$$5. y = 3 + x - 5x^2 + x^4 \text{ en el punto } (0, 3)$$

$$6. y = \frac{\sqrt{x}(2 - x^2)}{x} \text{ en el punto } x = 4$$

$$7. y = (x^2 - 7x - 8)^2 \text{ en el punto } (8, 0)$$

$$8. y = \sqrt[3]{(x^2 - 8)^2} \text{ en el punto } (3, 1)$$

$$9. y = \sin(x) + \cos(x) \text{ en el punto } (0, 1)$$

1.4.2 Encuentre todos los puntos sobre la curva donde la recta tangente es horizontal.

1. $y = \frac{5}{2}x^2 - x^3$

2. $y = \frac{x^5}{5} - x + 1$

3. $y = \sin(x) + \cos(x)$

1.5 Utilizar la Regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones.

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

2. $f(x) = \sqrt{5x^3 + 2x^2 - 8x + 2}$

3. $f(x) = \sqrt[3]{(4x^5 - 2x^2)^2}$

4. $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 4}{\sqrt{x^2 + 1}}$

5. $g(s) = \left(\frac{2s + 5}{s^2 + 1}\right)^4$

6. $f(t) = (t^2 - 4)^5 (3t + 5)^4$

7. $f(x) = \sqrt[3]{(x - 2)^2 (x + 2)}$

8. $g(m) = \frac{10m^2}{\sqrt{m^2 + 1}}$

9. $f(x) = 5^{(2x^2 + x)}$

10. $f(x) = \sqrt{\frac{8x^2 - 3}{x^2 + 2}}$

11. $r(s) = \frac{2}{s^3} - \frac{9}{s^2}$

12. $f(x) = 7^{-x^2/4}$

13. $f(x) = x^2 e^{-x^2/4}$

14. $q(r) = \sqrt{12r - r^2}$

15. $s(t) = \sqrt[7]{t^{-2}}$

16. $g(x) = 8^{2x^2} + 16^{2x^3}$

17. $f(x) = \sqrt{\sqrt{x} + 2}$

1.6 Calcular la segunda derivada de las siguientes funciones.

1. $f(x) = 6x^3 + 8x + 5x^{-3}$
2. $w(z) = 3z^{-6} - \frac{1}{z} + 6^3$
3. $f(t) = \ln(\sqrt{t^4 + 1})$
4. $g(t) = te^{-t^2}$
5. $r(s) = \frac{3}{s^3} - \frac{6}{s} + 2s + 4^2$
6. $f(x) = \frac{2}{5x^3} + \frac{1}{11x}$
7. $f(x) = \left(8 + \frac{4}{x}\right)^4$
8. $f(x) = (\sqrt{x} - 3)^{-4}$
9. $f(x) = e^{x^2/2}$
10. $f(x) = 7^{2x} + 3^{2x}$
11. $f(x) = \ln\left(\frac{4 + x^4}{x^9}\right)$
12. $f(x) = 6^{x^3} + 2^{x^3}$
13. $f(x) = \log_7\left(\frac{7^x}{e^x + 1}\right)$
14. $P(q) = \frac{(q + 2)(q + 6)}{q^3}$

1.6.1 Trigonometricas inversas. Hallar la derivada de las siguientes funciones.

1. $f(x) = \arcsin(2x - 1)$ Solution is $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x - x^2}}$
2. $f(x) = \arctan\left(\frac{1 + x}{1 - x}\right)$ Solution is $f'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$
3. $f(x) = \arccos\left(\frac{1 + x}{3}\right)$ Solution is $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{8 - 2x - x^2}}$
4. $f(x) = \arcsin\left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2}\right)$ Solution is $f'(x) = \frac{-2}{1 + x^2}$
5. $f(x) = \arctan\left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2}\right)$

6. $f(x) = \arcsin x + \arccos x$

7. $f(x) = \arctan(x + \sqrt{x^2 + 1})$

8. $f(x) = \operatorname{arcsec}(x^2 + 1)$ Solution is $f'(x) = \frac{2}{(1 + x^2)\sqrt{2 + x^2}}$

9. $f(x) = x[\arctan(2x) + \operatorname{arccot}(2x)]$

10. $f(x) = (x^2 + 1)\arctan x$ Solution is $f'(x) = 2x \arctan x + 1$

1.7 Derivación implícita.

- Encuentre los puntos de la curva $x^2 - xy + y^2 = 12$ donde la recta tangente es paralela al eje x .
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + y^2 = 8x + 6y$ en el punto $(0, 0)$.
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $(x^2 + y^2)^2 = 4y^2$ en el punto $(0, 2)$.
- Encuentre los puntos de la curva $x^2 + y^2 = 6x + 8y$ donde la recta tangente es horizontal.
- Encuentre los puntos de la curva

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{4} + \frac{y^2 - 4y + 4}{9} = 1$$

donde la recta tangente es horizontal.

- Encuentre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y = \ln(xe^{-x^3})$ en $x = 1$
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $x^3 - xy + y^3 = -1$ en el punto $(1, 0)$.
- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y^2 + xy - x^2 = 5$ en el punto $(4, 3)$.
- Encuentre los puntos de la curva $y^2 - 2yx^2 + x^4 = 4$ donde la recta tangente es horizontal.
- Dada la ecuación $x^2 + y^2 = 1$. Demostrar que $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{y^3}$
- Dada la ecuación $x^3 + y^3 = 8$. Demostrar que $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-16x}{y^5}$

1.8 Calcular la derivada de las siguientes funciones

1. $f(x) = \ln(8x^4 + x^2)$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{(x^2 + 1)(x^4 + x^2 + 1)}{x^4 + 1}\right)$

3. $f(x) = x^{16} \ln \sqrt{x^2 + 1}$

4. $g(z) = [\ln(z^4)]^2 + \left[\ln\left(\frac{1}{z^2}\right) \right]^6$
5. $f(x) = \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$
6. $f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}\right)$
7. $f(x) = \log_2\left(\frac{x^2 + 4}{x^4 + 1}\right)$
8. $f(x) = \frac{\ln(4x)}{\ln(2x)}$
9. $f(x) = \ln\sqrt{\frac{(3x + 2)^2}{x^4 + 7}}$
10. $f(t) = \ln\left(\sqrt{5t + 1}(t^3 + 4)^6\right)$
11. $f(x) = \log_3\left(\frac{3^{x^3}}{3^{2x^3} + 9^{x^3}}\right)$ Solution is $f'(x) = -3x^2$
12. $f(x) = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 - x^2}}{x}\right)$
13. $f(x) = 7^{\sqrt{x}}$
14. $f(x) = 5^{9x}$
15. $f(x) = 2^{\sqrt{x^2 + 1}}$
16. $f(x) = \log_7(x^2 - 6x - 2)$
17. $f(x) = 3^x \ln(x^6 + 8)$
18. $f(x) = \log_2(3^{x^2})$
19. $f(x) = \log_2[(4x^2)(2^{x^2})]$
20. $f(x) = \log_2\left(\frac{x^2}{3\sqrt{x^2 + 1}}\right)$
21. $f(x) = x^4 e^{2x}$