

Departamento de Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales

Taller 3

19 de septiembre de 2023

1. Resolver los siguientes ejercicios del texto guía. Allí se indica primero la Sección y después de los dos puntos los ejercicios sugeridos:

a) 4.3: 15-28, 35 y 36.

b) 4.6: 1-31.

c) 5.1: 1-7, 21-41.

2. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de variación de parámetros.

a) $y'' + 4y = \sec 2x$.

b) $y'' - y = \sec^3 x - \sec x$.

c) $y''' - 2y'' - y' + 2y = e^{4x}$

d) $y''' - 7y'' + 14y' - 8y = \ln x$.

e) $y''' + y' = \tan x$

3. Resuelva las ecuaciones de Cauchy-Euler.

a) $4x^2y'' + 4xy' - y = 0$.

b) $2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$.

c) $x^2y'' + xy' - y = \frac{1}{x+1}$.

4. Una masa que pesa 24 libras, unida al extremo de un resorte, lo alarga 4 pulgadas. Al inicio, la masa se libera desde el reposo en un punto 3 pulgadas arriba de la posición de equilibrio. Si $x(t)$ representa la posición de la masa, respecto a la posición de equilibrio, en el instante de tiempo t , entonces:

a) formule el problema de valor inicial que describe el movimiento de la masa.

b) Encuentre la ecuación del movimiento $x(t)$.

Resp/ $x(t) = -\frac{1}{4} \cos 4\sqrt{6}t$.

5. Después que una masa de 10 libras se sujeta a un resorte de 5 pies, éste llega a medir 7 pies. Se retira la masa y se sustituye con una de 8 libras. Luego se coloca al sistema en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a la velocidad instantánea. Si $w(t)$ representa la posición de la masa, respecto a la posición de equilibrio, en el instante de tiempo t , entonces:
- formule el problema de valor inicial que describe el movimiento de la masa, si esta se libera inicialmente desde el reposo de un punto situado a 0.5 pies arriba de la posición de equilibrio con una velocidad ascendente de 1 pies/s.
 - Encuentre la ecuación del movimiento $w(t)$.
Resp/ $w(t) = e^{-2t}(\frac{1}{2} \cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t)$.
6. Una masa que pesa 16 libras alarga $\frac{8}{3}$ pies un resorte. La masa se libera inicialmente desde el reposo desde un punto 2 pies abajo de la posición de equilibrio y el movimiento posterior ocurre en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a 0.5 veces la velocidad instantánea. Además, sobre la masa actúa una fuerza externa igual a $f(t) = 10 \cos 3t$. Si $y(t)$ representa la posición de la masa, respecto a la posición de equilibrio, en el instante de tiempo t , entonces:
- formule el problema de valor inicial que describe el movimiento de la masa.
 - Encuentre la ecuación del movimiento $y(t)$.
Resp/ $y(t) = e^{-t/2} \left[-\frac{4}{3} \cos(\frac{\sqrt{47}}{2}t) - \frac{64}{3\sqrt{47}} \sin(\frac{\sqrt{47}}{2}t) \right]$.
7. Una masa de 1 slug está unida a un resorte cuya constante es de 5 lib/pie. Al inicio la masa se libera 1 pie abajo de la posición de equilibrio con una velocidad descendente de 5 pies/s y el movimiento posterior toma lugar en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento de igual a 2 veces la velocidad instantánea. Además, sobre la masa actúa una fuerza externa igual a $f(t) = 12 \cos 2t + 3 \sin 2t$. Si $s(t)$ representa la posición de la masa, respecto a la posición de equilibrio, en el instante de tiempo t , entonces:
- formule el problema de valor inicial que describe el movimiento de la masa.
 - Encuentre la ecuación del movimiento $s(t)$.
Resp/ $s(t) = e^{-t} \cos 2t + 3 \sin 2t$.