

Segundo parcial de Ecuaciones Diferenciales, FILA A

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Tiempo máximo: 100 minutos.

1. [1.0 pts] Un tanque con capacidad de 800 galones contiene inicialmente 600 galones de salmuera (solución salina) con una concentración inicial de sal de 1/10 libras por galón. Al tanque se vierte agua pura a razón de 3 galones por minuto. La solución bien mezclada sale del tanque a razón de 6 galones por minuto. Si  $Y(t)$  representa la cantidad de libras de sal que hay presente en el tanque en cualquier instante de tiempo  $t$  antes que el tanque quede vacío, entonces:

- (a) [0.4 pts] Escriba los datos del problema y determine el valor de  $Y(0)$ , justificando claramente su respuesta.  
(b) [0.6 pts] Escriba un problema de valor inicial (PVI) donde la incognita sea  $Y(t)$ . Argumente claramente sus afirmaciones. **Encierre en un rectángulo el PVI y no lo resuelva.**

2. [0.5 pts] Se aplica una fuerza electromotriz de 300 voltios a un circuito en serie RC, en el que la resistencia es de 100 ohmios y la capacitancia es de  $10^{-3}$  faradios. La segunda Ley de Kirchhoff establece que la suma de caída de voltaje a través de la resistencia ( $Ri$ ) más la caída de voltaje a través del capacitor ( $\frac{1}{C}q(t)$ ) es igual al voltaje aplicado ( $E(t)$ ), donde  $R$  es el valor de la resistencia y  $C$  el de la capacitancia. Obtenga la ecuación diferencial que resulta de la segunda ley de Kirchhoff y cuya incognita sea  $q(t)$  la carga en el capacitor.

3. [1.2 pts] Encuentre (y escriba clamente) la solución del problema de valores iniciales

$$y'' + 3y' - 10y = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 1.$$

4. [1.1 pts] Considere la ecuación diferencial  $x^2y'' - 3xy' - 32y = 0$ .

- (a) [0.9 pts] Sabiendo que  $y_1 = \frac{1}{4}x^{-4}$  es una solución de la ecuación diferencial en el intervalo  $I = (0, \infty)$ , calcule, usando el método o la fórmula de reducción de orden, una segunda solución  $y_2$  de la ecuación diferencial que sea linealmente independiente con  $y_1$  en  $I$ . Recuerde que  $y_2 = y_1 \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{(y_1)^2} dx$ .

- (b) [0.2 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial.

5. [1.2 pts] Se sabe que  $A = \{3, 1 - 2x, x^5 + 1\}$  es un conjunto con tres soluciones de la ecuación diferencial (ED)

$$x^3y''' - 3x^2y'' = 0 \quad \text{en } I = (0, \infty)$$

(no verifique esta afirmación). ¿Por qué este conjunto también es un conjunto fundamental de soluciones para la ED en  $I$ ? Argumente claramente su respuesta. Además, escriba la solución general de la ED.

**Nota:**

- La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación.
- La manipulación de calculadoras, celulares, relojes inteligentes o cualquier dispositivo electrónico de comunicación durante el examen, será considerada como falta grave y tendrá como consecuencia la anulación del examen y apertura del correspondiente proceso disciplinario.