**Ejemplos problemas fase 1**

1. Un sector circular tiene 10 cm2 de área.
2. Exprese el perímetro *P* del sector circular en términos de su radio *r*.
3. Calcule $P(2)$. Interprételo y dibuje el sector circular con la escala natural.

 **Solución**

1. Para expresar el perímetro en función del radio *r*, escribimos la condición del problema, que es el área del sector circular, con el ángulo central en radianes:

$$\frac{1}{2}r^{2}θ=10 (1)$$

Despejamos $θ$ de la ecuación (1) y lo reemplazamos en la expresión del perímetro:

$$P=2r+rθ (2)$$

 Y obtenemos:

$$P\left(r\right)=2r+\frac{20}{r}$$

1. $P\left(2\right)=2\left(2\right)+\frac{20}{2}=14$.

Interpretación: Cuando el radio del sector circular mide 2 cm, el perímetro del sector circular es de 14 cm.

Para dibujar el sector circular, despejamos $θ$ de la ecuación (1):

$$θ=\frac{20}{r^{2}} (3)$$

Reemplazamos $r=2 cm$ en la expresión (3) y obtenemos la medida del ángulo central:

$$θ=\frac{20}{2^{2}}=5 rad$$

Este ángulo equivale a 286,4°, por lo tanto, el dibujo del sector es el gris de la siguiente figura:

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. En un cilindro, la suma de su altura y su contorno (perímetro de la sección transversal horizontal) es de 30 cm.
2. Exprese el volumen *V* del cilindro en términos del radio de la base *r*.
3. Calcule $V(3)$. Interprételo y dibuje el desarrollo plano del cilindro con la escala natural.

 **Solución**

1. Para expresar el volumen en función del radio *r*, escribimos la condición del problema, que es la suma de la altura y el perímetro de la sección transversal:

$$h+2πr=30 (1)$$

Despejamos *h* de la ecuación (1) y lo reemplazamos en la expresión del volumen del cilindro:

$$V=πr^{2}h (2)$$

Y obtenemos:

$$V\left(r\right)=30πr^{2}-2π^{2}r^{3}$$

1. $V\left(3\right)=30π(3)^{2}-2π^{2}\left(3\right)^{3}=270π-52π^{2}≈315,27$.

Interpretación: Cuando el radio de la base del cilindro mide 3 cm, el volumen encerrado por el cilindro es de 315,27 cm3.

Para dibujar el desarrollo plano del cilindro, despejamos *h* de la ecuación (1):

$$h=30-2πr (3)$$

Reemplazamos $r=3 $en la expresión (3) y obtenemos la altura del cilindro:

$$h=30-2π\left(3 cm\right)=30-6π≈11,15 cm$$

Por lo tanto, el dibujo del desarrollo plano del cilindro es la siguiente figura:

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. El perímetro de un triángulo isósceles es 20 cm.
2. Exprese el área *A* del triángulo en términos de su base *x*.
3. Calcule $A(5)$. Interprete el resultado y dibuje el triángulo con la escala natural.

**Solución**

1. Para expresar el área del triángulo en función de la base *x*, escribimos la condición del problema, que es el perímetro del triángulo

$$2x+y=20 (1)$$

Despejamos *y* de la ecuación (1) y lo reemplazamos en la expresión del área del triángulo isósceles:

$$A=\frac{xh}{2} (2)$$

Y al aplicar el teorema de Pitágoras, obtenemos:

$$A\left(x\right)=\frac{x}{2}\sqrt{100-10x}$$

1. $A\left(5\right)=\frac{5}{2}\sqrt{100-10(5)}=\frac{5}{2}\sqrt{50}=\frac{25}{2}\sqrt{2}≈17,67$

Interpretación: Cuando la base del triángulo isósceles mide 5 cm, el área encerada por el triángulo es de $17,67 cm^{2}$.

Para dibujar el triángulo isósceles, podemos usar regla y compás y aplicar la construcción de dibujar un triángulo conociendo las medidas de sus tres lados. La medida del lado $y$ se obtiene de reemplazar $x=5 cm$ en la ecuación (1) y obtenemos $y=7,5 cm$. La figura del triángulo es la siguiente:



**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. Con un alambre de 60 cm de longitud se construye o un armazón de tetraedro regular o de un cubo o se corta en dos para construir los dos armazones.
2. Exprese la suma de las áreas totales *A* encerradas por los dos armazones en términos de la medida de la arista *x* del armazón del cubo.
3. Calcule $A(3)$. Interprételo y dibuje las dos figuras, especificando las medidas de sus aristas.

**Solución**

1. Para expresar la suma de las áreas totales encerradas por cada uno de los armazones en función de la medida de la arista *x* del cubo, escribimos la condición del problema, que es la suma de las medidas de las aristas de los dos armazones:

$$12x+6y=60 (1)$$

Despejamos *y* de la ecuación (1) y lo reemplazamos en la expresión de la suma de las áreas totales:

$$A=6x^{2}+\sqrt{3}y^{2} (2)$$

Y obtenemos:

$$A\left(x\right)=6x^{2}+\sqrt{3}(10-2x)^{2}$$

1. $A\left(3\right)=6(3)^{2}+\sqrt{3}\left[10-2(3)\right]^{2}=54+16\sqrt{3}≈81,71$

Interpretación: Cuando la arista del cubo mide 3 cm, la suma de las áreas totales encerradas por los dos armazones es de $81,71 cm^{2}$.

Para dibujar los dos armazones, despejamos $y$ de la ecuación (1):

$$y=10-2x (3)$$

Reemplazamos $x=3$ en la expresión (3) y obtenemos la medida de la arista del armazón del tetraedro:

$$y=10-2\left(3\right)=4 $$

La arista del armazón del tetraedro mide $4 cm$. El dibujo de las figuras es el siguiente:



**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**