

Departamento de Matemáticas y Estadística Ecuaciones Diferenciales, MAT4013

Taller 2

17 de septiembre de 2025

1. Resolver los siguientes ejercicios del texto guía. Allí se indica primero la Sección y después de los dos puntos los ejercicios sugeridos:
 - a) 4.1: 9-11, 15-36.
 - b) 4.2: 1-22.
 - c) 4.3: 1-36.
2. En los siguientes problemas determine si las funciones dadas forman un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial en el intervalo I que se indica. Forme la solución general de la ecuación diferencial.
 - a) $x^2y'' + xy' + y = 0$; $y_1 = \cos(\ln x)$, $y_2 = \sin(\ln x)$, $I = (0, \infty)$.
 - b) $x^3y''' + 6x^2y'' + 4xy' - 4y = 0$; $y_1 = x$, $y_2 = x^{-2}$, $y_3 = x^{-2} \ln x$, $I = (0, \infty)$.
 - c) $-6x^3y''' - 7x^2y'' - xy' + y = 0$; $y_1 = x$, $y_2 = x^{1/2}$, $y_3 = x^{1/3}$, $I = (0, \infty)$.
 - d) $y^{(4)} + y'' = 0$, $y_1 = 1$, $y_2 = x$, $y_3 = \cos x$, $y_4 = \sin x$, $I = (-\infty, \infty)$.
3. En los siguientes ejercicios la función dada $y_1(x)$ es una solución de la ecuación homogénea dada. Use al fórmula de reducción de orden para encontrar una segunda solución $y_2(x)$.
 - a) $(1 - 2x - x^2)y'' + 2(1 + x)y' - 2y = 0$, $y_1 = x + 1$.
 - b) $x^2y'' - xy' - 3y = 0$, $y_1(x) = x^3$.
 - c) $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$, $y_1(x) = x$.
 - d) $x \frac{d^2y}{dx^2} - (x + 3) \frac{dy}{dx} + 3y = 0$, $y_1(x) = e^x$.
 - e) $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$, $y_1(x) = x$.
 - f) $(x^4 - x^2)y'' - (3x^3 - x)y' + 8y = 0$, $y_1(x) = x^4$.
 - g) $(x^4 + x^2)y'' - (x^3 - x)y' - 4y = 0$, $y_1(x) = x^2$.
 - h) $y'' - (2 \tan x)y' + 3y = 0$, $y_1(x) = \sin x$.

i) $(x^2 + 1)^2 y'' - 4x(x^2 + 1)y' + (6x^2 - 2)y = 0$, $y_1(x) = x^2 + 1$.

4. En cada caso encuentre la solución general de la ED y resuelva el PVI. Allí k representa una constante real positiva.

a) $y'' + 4y' + 5y = 0$ con $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.

b) $2y'' - 4y' + 3y = 0$, $y(0) = 0$ y $y'(0) = 1$.

c) $y'' - 5y' - 14y = 0$, $y(0) = 2$ y $y'(0) = 1$.

d) $y'' - 10y' + 25y = 0$, $y(1) = e^5$ y $y'(0) = 2$.

e) $3y'' - 7y' - 6y = 0$, $y(0) = 2$ y $y'(0) = 1/3$.

f) $4y'' - 10y' + 25y = 0$, $y(0) = 2$ y $y'(0) = 1/2$.

g) $y'' + k^2 y = 0$, $y(0) = 1$ y $y'(0) = 2$.

h) $y'' - k^2 y = 0$, $y(0) = 1$ y $y'(0) = 2$.

5. Halle la solución general de

a) $2y''' - y'' + 18y' - 9y = 0$.

b) $y''' - 2y'' - 2y' - 3y = 0$.

c) $y''' - 2y'' - 3y' = 0$.

d) $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0$.

e) $y^{(4)} - 16y = 0$.

f) $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 8y' + 4y = 0$. (**Resp/** $y = e^{-x}[(c_1 + c_2 x) \cos x + (c_3 + c_4 x) \sin x]$).

g) $y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = 0$.

h) $y^{(3)} + y^{(2)} - y' - y = 0$.

i) $y''' - 2y'' - 13y' - 10y = 0$.

j) $y^{(3)} - y^{(2)} - 7y' + 3y = 0$.

k) $y^{(4)} + 64y = 0$.

l) $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$.

m) $y^{(4)} - 8y^{(3)} + 24y^{(2)} - 32y' + 16y = 0$.

n) $3y^{(3)} - 5y^{(2)} + 10y' + 4y = 0$.

$\tilde{n}$) $2y^{(5)} - y^{(4)} + 16y^{(3)} - 8y^{(2)} + 32y' - 16y = 0$.

o) $4y^{(6)} + 4y^{(5)} + 25y^{(4)} + 24y^{(3)} + 42y^{(2)} + 36y' + 9y = 0$.