Taller Física de Neutrinos

Tanto la charla como el taller están basados en los preprints del arXiv 1308.1029 y hep-ph/0001264.

1. Dos de los posibles modos de decaimiento del pión cargado π^+ son $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ y $\pi^+ \to e^+ + \nu_e$. Para ambos casos la Lagrangiana de interacción viene dada por

$$\mathcal{L}_{int} = G_F f_\pi \overline{\psi}_\ell \not{p}(1-\gamma_5)\psi_{\nu_\ell} + \text{h.c.}, \tag{1}$$

   donde f_π es una constante llamada la constante de decaimiento del pión la cual es la misma para ambos procesos, ψ_ℓ denota el campo para el leptón cargado (electrón o muón), ψ_{ν_ℓ} es el campo para el correspondiente neutrino y p es el momento del pión.

   a) Calcular el ancho de decaimiento para el proceso $\pi^+ \to \ell^+ + \nu_\ell$. Demostrar que este se anula en el límite de masa cero para los leptones y que $\Gamma(\pi^+ \to e^+ + \nu_e)/\Gamma(\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu) \approx 10^{-4}$.

   b) Calcular el tiempo de vida medio del pión asumiendo solo el proceso $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$. A partir del valor medido experimentalmente $\tau_{\pi^+} = 2{,}6 \times 10^{-8}$ s, y con las masas $m_\pi = 140$ MeV y $m_\mu = 106$ MeV, determinar el valor de f_π.

2. El operador helicidad se define como $h = \frac{\sigma \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$ mientrás que el operador de quiralidad es simplemente γ_5. Udando souciones de onda plana para la ecuación de Dirac mostrar que para soluciones de energía positiva, en el límite $m = 0$, los autoestados del operador de quiralidad $L(R)$ coinciden con los estados de helicidad negativa (positiva).

3. La operación del operador conjugación partícula-antipartícula $\hat{C}$ sobre un campo fermiónico se define como

$$\hat{C}: \ \psi \to \psi^c = C\overline{\psi}^T\,, \qquad C = i\gamma_2\gamma_0\,. \tag{2}$$

   C tiene las siguientes propiedades:

$$C^\dagger = C^T = C^{-1} = -C\,, C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T\,. \tag{3}$$

   Demostrar que

$$(\psi^c)^c = \psi\,, \overline{\psi^c} = \psi^T C\,, \overline{\psi_1}\psi_2^c = \overline{\psi_2^c}\psi_1\,, \overline{\psi_1}A\psi_2 = \overline{\psi_2^c}(CA^TC^{-1})\psi_1^c\,, \tag{4}$$

   donde ψ, ψ_1, ψ_2 son campos fermiónicos de 4 componentes y A es una matriz arbitraria 4×4. Demostrar además que

$$\hat{C}: \ \psi_L \to (\psi_L)^c = (\psi^c)_R\,, \psi_R \to (\psi_R)^c = (\psi^c)_L\,, \tag{5}$$

   Esto es, la antipartícula de un fermion izquierdo es derecho.

4. La probabilidad de transición del estado de sabor α al estado de sabor β viene dada por

$$P_{\alpha\beta}(L) = \sum_{i,j=1}^{n} U_{\alpha i}U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-\frac{i\Delta m_{ij}c^3}{2E\hbar}L}, \quad \Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2. \tag{6}$$

Considere el caso de 2 generaciones de neutrinos:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{cases} |\nu_e\rangle = c\,|\nu_1\rangle + s\,|\nu_2\rangle\,, \\ |\nu_\mu\rangle = -s\,|\nu_1\rangle + c\,|\nu_2\rangle\,. \end{cases} \tag{7}$$

Demostrar que

$$P(\nu_e \to \nu_\mu;\, t) = P(\nu_\mu \to \nu_e;\, t) = \sin^2 2\theta_0\, \sin^2\left(\frac{\Delta m^2}{4E} t\right). \tag{8}$$

$$P(\nu_e \to \nu_e;\, t) = P(\nu_\mu \to \nu_\mu;\, t) = 1 - P(\nu_e \to \nu_\mu;\, t). \tag{9}$$

$$P(\nu_e \to \nu_\mu;\, L) = \sin^2 2\theta_0\, \sin^2\left(\pi \frac{L}{l_{osc}}\right), \tag{10}$$

$$l_{osc} = \frac{2\pi}{E_2 - E_1} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} \simeq 2{,}48\ m\, \frac{E\,(\mathrm{MeV})}{\Delta m^2\,(\mathrm{eV}^2)} = 2{,}48\ km\, \frac{E\,(\mathrm{GeV})}{\Delta m^2\,(\mathrm{eV}^2)}. \tag{11}$$

5. Demostrar que

$$\Delta P_{e\mu} = \Delta P_{\mu\tau} = \Delta P_{\tau e} = 4 s_{12}\, c_{12}\, s_{13}\, c_{13}^2\, s_{23}\, c_{23}\, \sin\delta \times \left[\sin\left(\frac{\Delta m_{12}^2}{2E} t\right) + \sin\left(\frac{\Delta m_{23}^2}{2E} t\right) + \sin\left(\frac{\Delta m_{31}^2}{2E} t\right)\right]. \tag{12}$$

6. Determinar el número de ángulos de mezcla y fases físicas que presenta una matriz unitaria real $n \times n$. Analizar el caso de una matriz compleja unitaria $n \times n$.