Chapter 15

ONDAS MECÁNICAS

UNIVERSIDAD DEL NORTE

ACREDITADA INSTITUCIONALMENTE POR SU EXCELENCIA ACADEMICA

PowerPoint® Lectures for

University Physics, Twelfth Edition

– Hugh D. Young and Roger A. Freedman

“La riqueza consiste mucho más en el disfrute que en la posesión.”
- Aristóteles -

“Enseñar no es una función vital, porque no tienen el fin en sí misma; la función vital es aprender.”

- Aristóteles -

GENERALIDADES

- Definición

  Una onda es una perturbación que viaja en el tiempo y en el espacio en virtud, o bien de las oscilaciones acopladas de las particulas del medio (*ondas mecánicas*), o bien, en virtud de las oscilaciones acopladas de los campos eléctricos y magnéticos (*ondas electromagnéticas*). Las ondas se caracterizan por que transmiten energía sin que ello implique transporte de materia.
- Clasificación

  De acuerdo con su naturaleza, se clasifican en:
  - Ondas mecánicas: Requieren de un medio para propagase. Ejemplos:
    - Ondas en el agua, ondas en cuerdas, ondas en resorte, ondas sonoras, etc.
  - Ondas electromagnéticas: No requieren de un medio para propagarse, aunque también, se propagan en medios. Ejemplos:
    - Ondas de radio, ondas de televisión. microndas, el calor, la luz, los rayos X, etc.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

DEFINICIONES

→**Pulso:** Una perturbación momentánea, aislada, que se transmite.

→**Tren de ondas:** Una serie de perturbaciones consecutivas.

→**Onda:** Se utiliza en general para cualquier caso.

→**Velocidad de propagación (v):** Es la velocidad con que se transmite (con que viaja) la perturbación y la energía que transporta. La velocidad con que se propagan las ondas.

- <u>Depende de las propiedades del medio por donde se transmite la onda.</u>

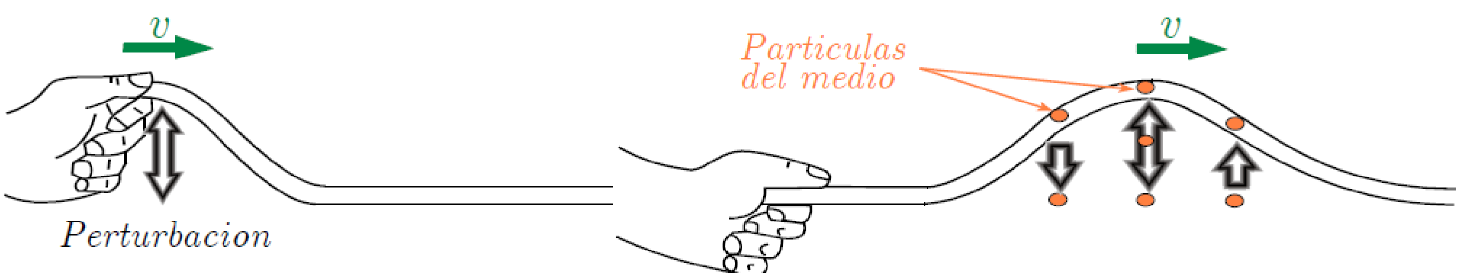
UNIVERSIDAD DEL NORTE

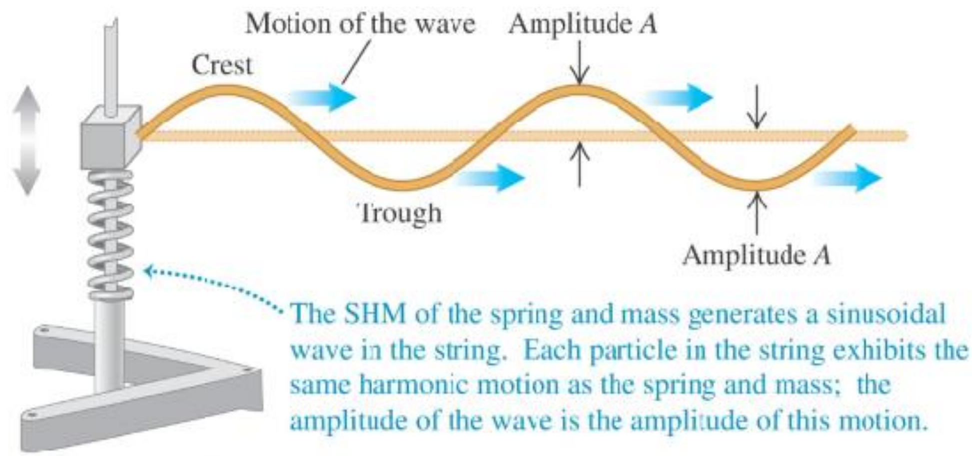
CLASIFICACIÓN

Clasificación

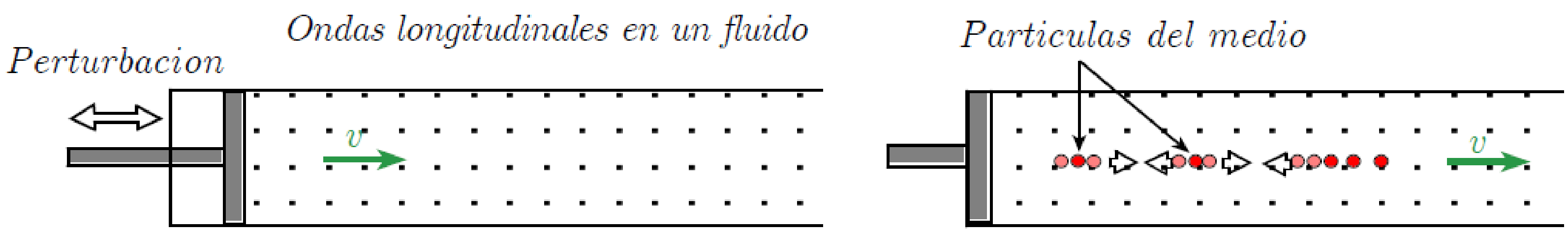
De acuerdo la relación entre el movimiento de las partículas del medio y la dirección de propagación:

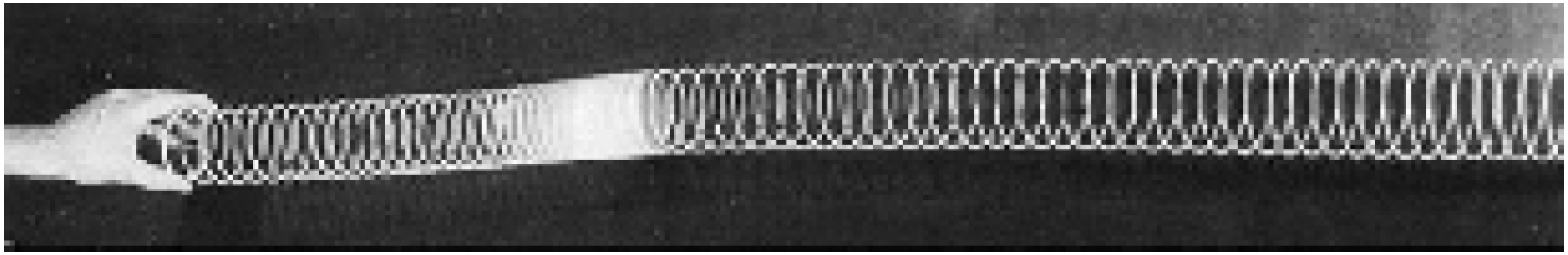
Transversales: la dirección del movimento de las partículas del medio es perpendicular a la dirección de propagación





Longitudinales: la dirección del movimiento de las partículas del medio es paralela a la dirección de propagación

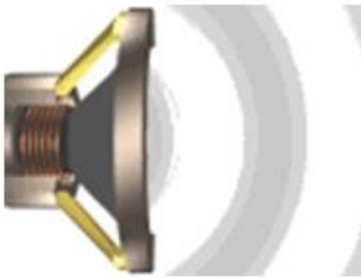


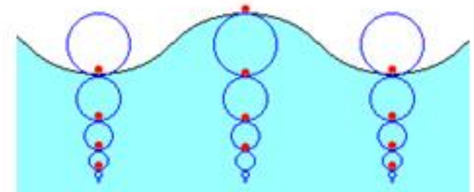


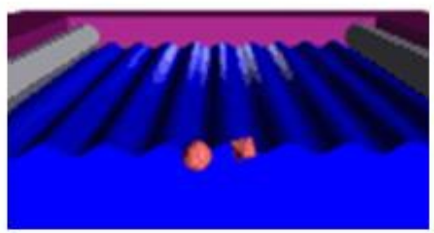
De acuerdo con el número de dimensiones en que se propaguen las ondas se clasifican en:

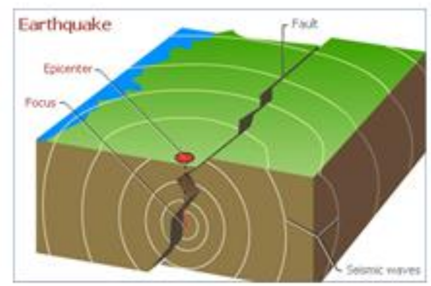
- Unidimensionales: Ondas el cuerdas.
- Bidimensionales: Ondas en el agua
- Tridimensionales: Ondas sonoras

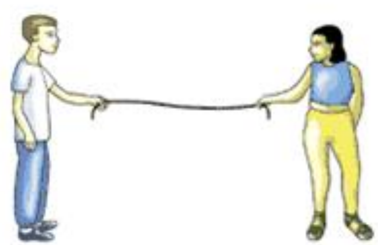
ONDAS MECANICAS



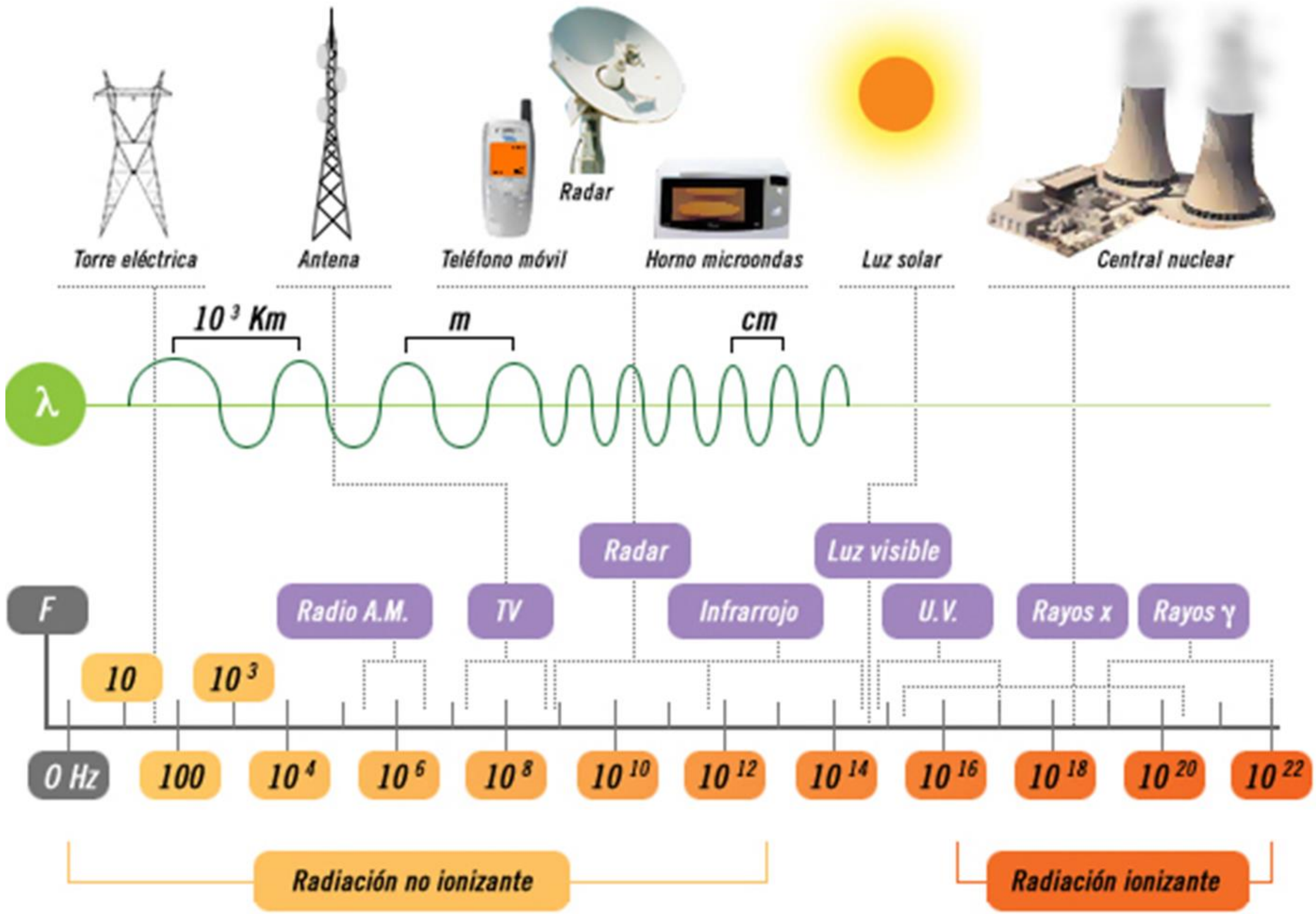








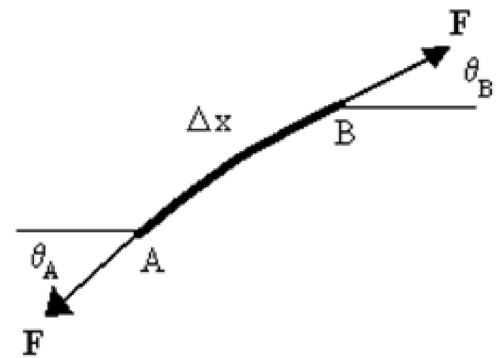
ONDAS ELECTROMAGNETICAS



ECUACIÓN DE ONDA

La fuerza resultante en la dirección y es:

$$\sum F_y = F sen\theta_B - F sen\theta_A = F\left(sen\theta_B - sen\theta_A\right)$$



Para ángulos pequeños se cumple:

$$\sum F_y = F\left(\tan\theta_B - \tan\theta_A\right)$$

O sea

$$\sum F_y = F\left(\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_A\right)$$

La 2a. Ley de Newton:

$$\sum F_y = ma_y = \mu\,\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$$

De aquí obtenemos:

$$\frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\left(\partial y/\partial x\right)_B - \left(\partial y/\partial x\right)_A}{\Delta x}$$

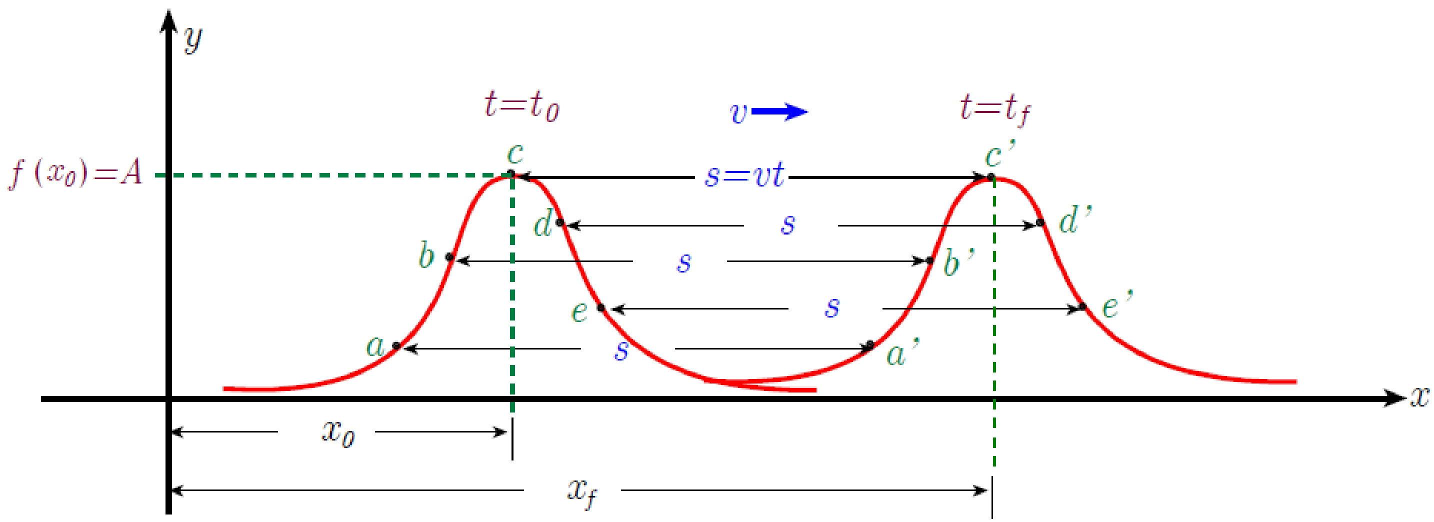
Por lo tanto $$\frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

o

Ecuación diferencia de ondas (en 1D)

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

DESCRIPCIÓN MATEMATICA DE LA SOLUCIÓN DE ONDA



En la figura

$$y\left(x_f,t_f\right)=f\left(x_0\right)=f\left(x_1\right)=f\left(x_0+s\right)=f\left(x_0+v\Delta t\right),$$

donde $\Delta t=t_f-t_0$. Pero

$$x_f=x_0+s=x_0+v\Delta t\Longleftrightarrow x_0=x_f-v\Delta t$$

se obtiene

$$y\left(x_f, t_f\right) = f\left(x_f - v\Delta t\right)$$

Si $x_f = x,\ t_f = t,\ t_0 = 0$, entonces la ecuación anterior se puede reescribir como

$$y\left(x, t\right) = f\left(x - vt\right)$$

Observaciones:

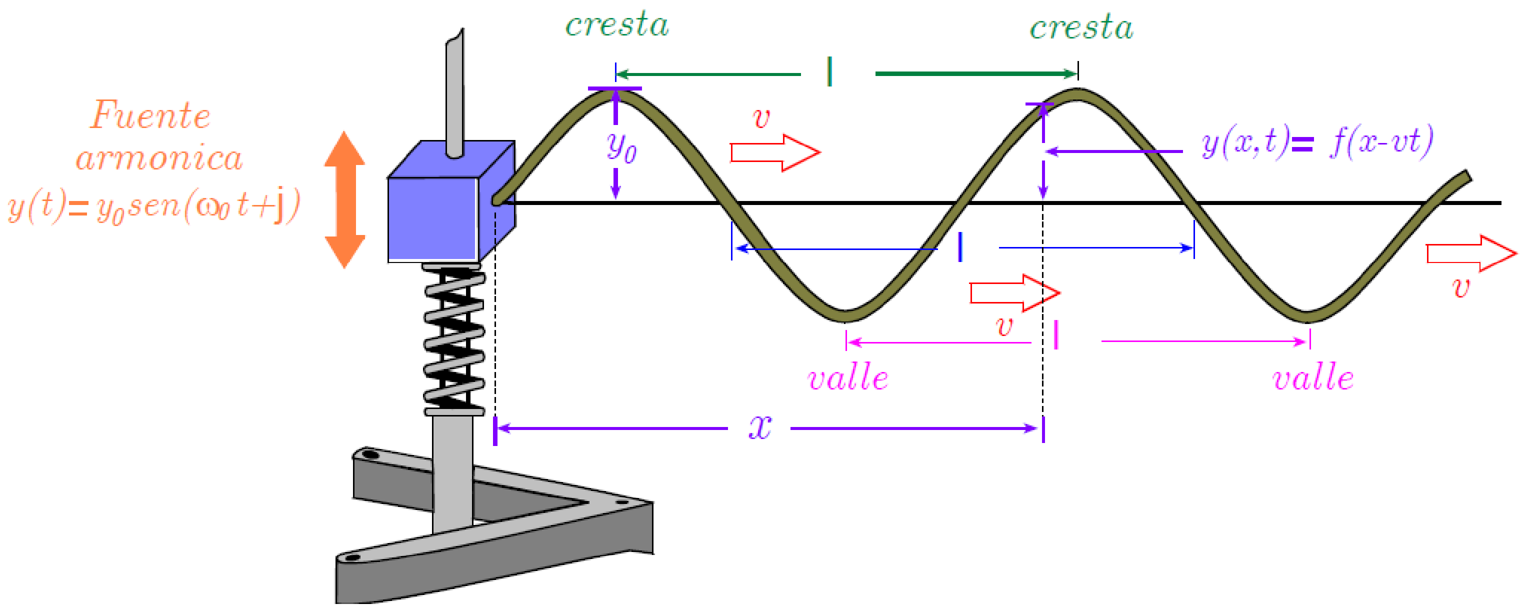
La ecuación muestra la estructura matemática que debe tener la función que describa un fenómeno físico que *viaje* en el tiempo y en el espacio.

El signo menos que aparece en el argumento de la función *f* indica que la perturbación viaja hacia la derecha; en el evento en que viajase hacia la izquierda, entonces (—) se cambia por (+). En general se tiene:

$$y\ (x,t) = f\ (x \pm vt)$$

Donde v indica la rapidez constante con la que se propaga la perturbación.

ONDAS VIAJERAS ARMONICAS



- Parámetros claves
  - Longitud de onda λ
  - valle
  - cresta
  - Amplitud de la onda y_0.

Función de onda armónica

Teniendo en cuenta que cada punto x del medio (supuesto elástico), describe un movimiento idéntico al de la fuente perturbadora y que además, cada x es alcanzado por la pertunbación en instantes t diferentes, se tiene

$$y\,(x,t) = y_0\, cos[k\,(x - vt) + \varphi]$$

donde k es un parámetro *ad-doc*, introducido para asegurar la *adimensionalidad del argumento de la función* coseno.

k se llama número o vector de onda, tiene unidades de L^{-1} y se define según

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Cuando se compara con la ecuación que describe el movimiento de la fuente armónica, infiere que

$$\omega = kv$$

Combinando estas dos últimas ecuaciones, se obtiene:

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} v$$

Y como

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Entonces se infiere que

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

La función que describe las ondas armónicas puede escrirse entonces de las siguientes formas equivalentes

$$y(x,t) = y_o \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\lambda} vt + \varphi\right)$$

$$y(x,t) = A\cos(kx - \varpi t + \varphi)$$ Con $A = y_o$

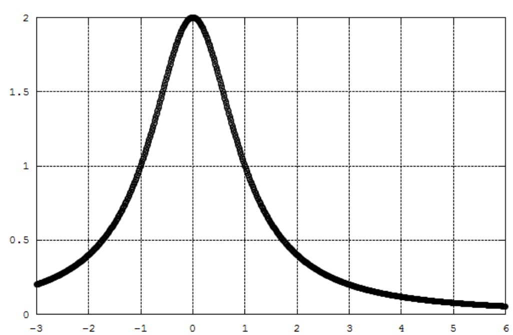
EJEMPLO

Un pulso de onda se mueve hacia la derecha y se representa por

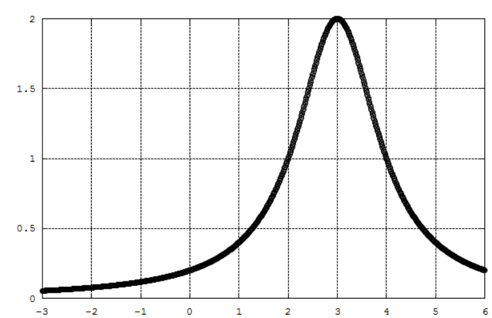
$$y(x,t)=\frac{2}{(x-3.0t)^2+1}$$

Graficar en $t = 0,\ 1,\ 2$ s.

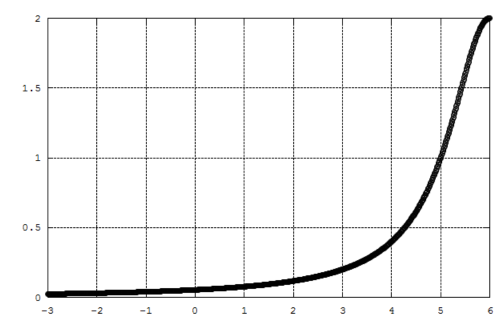
$$y(x,t)=\frac{2}{x^2+1}$$



$$y(x,t)=\frac{2}{(x-3)^2+1}$$



$$y(x,t)=\frac{2}{(x-6)^2+1}$$



UNIVERSIDAD DEL NORTE

Energía del movimiento ondulatorio

- Sabemos que *toda onda transmite (o tiene asociada a ella) una energía*. En una onda mecánica encontramos que al propagarse la onda, cada porción del medio ejerce una fuerza y realiza trabajo sobre la porción siguiente. De este modo, una onda puede transportar energía de una región del espacio a otra. Sin embargo, es usual en el movimiento ondulatorio considerar *la razón con que se transfiere energía por unidad de tiempo*, esto es potencia.
- Así mismo la potencia se puede expresar como la rapidez con que se realiza trabajo. Tendremos entonces que:

\- Potencia instantánea será: *P(x,t) = Fuerza * velocidad*, y para una onda senoidal con función de onda $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$

Se tiene que: $P(x,t) = \sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2 sen^2(kx - \omega t)$

La razón media de transferencia de energía es proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud.!!!!

Este es un resultado general para ondas mecánicas de todo tipo.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Energía del movimiento ondulatorio

- La <u>potencia máxima</u> será cuando la función seno sea máxima (esto es: $sen^2(kx - wt) = 1$). → $P_{max}(x,t) = \sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2$
- La potencia media es: $\overline{P} = \frac{1}{2} P_{max}(x,t) = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2$

-Para una cuerda, *F* representa la tensión.

-La potencia *P* se mide en watts

Se puede tener variaciones de estas expresiones tomando:
$\omega = vk$ y $v^2 = F/\mu$

Recuerde que:

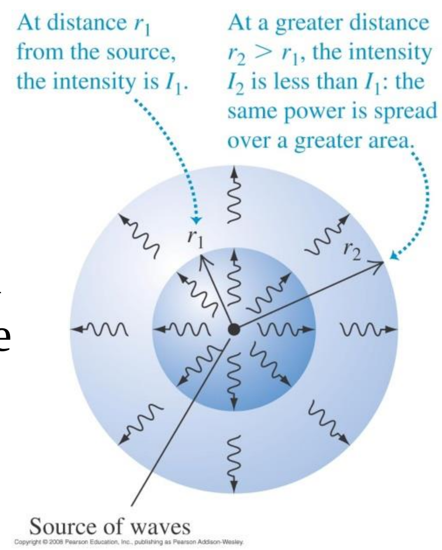
La razón media de transferencia de energía es proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud.!!!!
Este es un resultado general para ondas mecánicas de todo tipo.

Intensidad de las ondas

- En general las ondas transportan energía en las tres dimensiones espaciales. En estos casos definimos su ***intensidad, I***, como *la rapidez media con que la onda transporta energía por unidad de área*, a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación. La intensidad se da en W / m^2
- Si las ondas se propagan igualmente en todas las direcciones a partir de una fuente, *la intensidad a una distancia r* es:

$$I = \frac{P}{A_{sup}} = \frac{P}{4\pi \cdot r_1^2}$$

Donde $4\pi r^2$ corresponde a la superficie de la esfera de radio r en la que se propaga la onda.

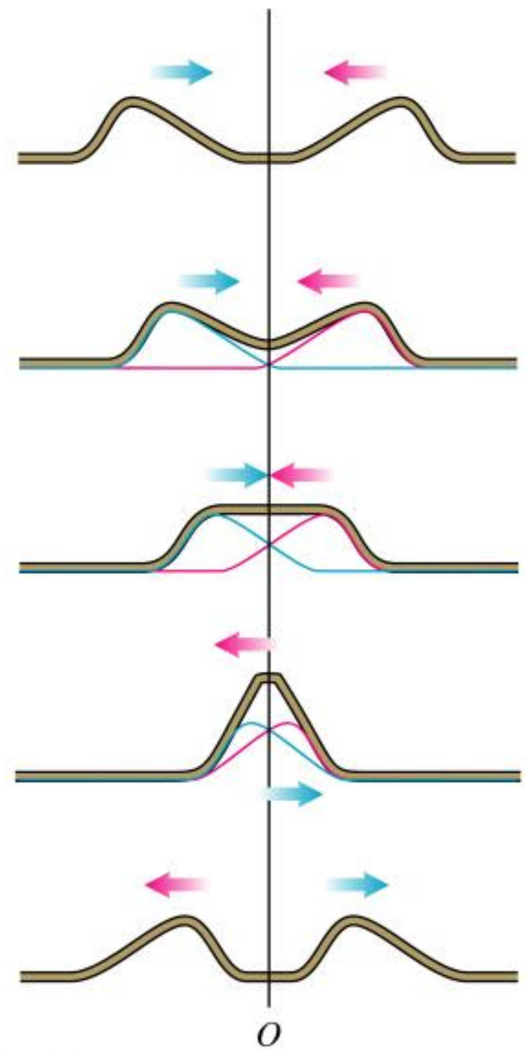


Si no se absorbe o pierde energía, la potencia sería la misma para cualquier radio, por lo tanto la intensidad dependería de la distancia *r*. Así, para dos puntos distintos alejados a distancias r_1 y r_2, tendríamos que: →

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Ley del inverso del cuadrado para la intensidad

SUPERPOSICIÓN DE ONDA



SUPERPOSICIÓN DE ONDA

SUPERPOSICIÓN DE ONDA

El **principio de superposición** establece que:

"Si dos o más ondas viajeras se mueven a través de un medio, la función de onda resultante en cualquier punto es la suma algebraica de las funciones de ondas individuales."

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Las ondas que obedecen este principio son llamadas *ondas lineales*. Las que no lo cumples son *ondas no lineales*.

La combinación de ondas independientes en la misma región del espacio para producir una onda resultante se denomina **interferencia**.

La interferencia es **constructiva** si el desplazamiento es en la misma dirección y **destructiva** en caso contrario.

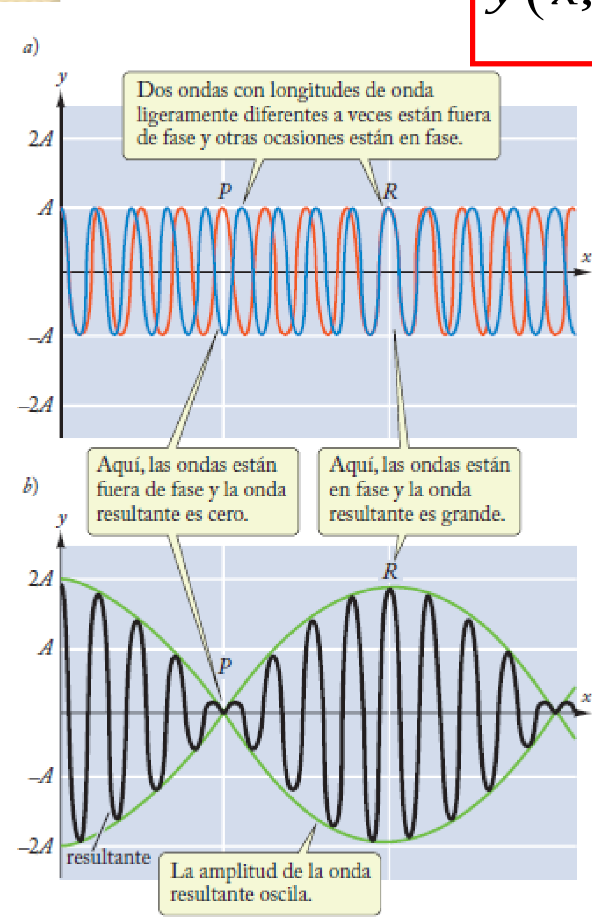
UNIVERSIDAD DEL NORTE

Superposición de Ondas

ONDAS CON LONGITUDES DE ONDA LIGERAMENTE DIFERENTES E IGUALES AMPLITUDES

$$f_{abatimiento} = |f_1 - f_2|$$
(*frec. con la que la Amplitud oscila*)

$$y(x,t) = 2A\cos 2\pi\left[\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\cos 2\pi\left[\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t\right]$$



Dm

$i)\ \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - sen\alpha\, sen\beta \quad (1)$

$ii)\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + sen\alpha\, sen\beta \quad (2)$

$iii)$ 1) + 2)

$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta \quad (3)$

$iv)$ Si hacemos $\alpha = \dfrac{a+b}{2}\ (4)$ y $\beta = \dfrac{a-b}{2}\ (5)$

$v)$ Reemp. 4) y 5) en 3) $\Rightarrow$

$\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a-b}{2}\cos\dfrac{a+b}{2} \quad (6)$

$vi)\ y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

$y(x,t) = A\left[\cos(k_1x - \omega_1 t) + \cos(k_2 x - \omega_2 t)\right]$

$para\ x = 0 \Rightarrow y(x,t) = A\left[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right] \quad (7)$

$vii)$ Si en 6) hacemos $a = \omega_1 t = 2\pi f_1 t$ y $b = \omega_2 t = 2\pi f_2 t$ Reemp. en 7)

$$y(x,t) = 2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]$$

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Ondas estacionarias en una cuerda

Se presenta cuando una cuerda senoidal es reflejada por un extremo fijo de una cuerda, dándose una superposición de dos ondas (una incidente y otra reflejada) que se propagan por la cuerda.

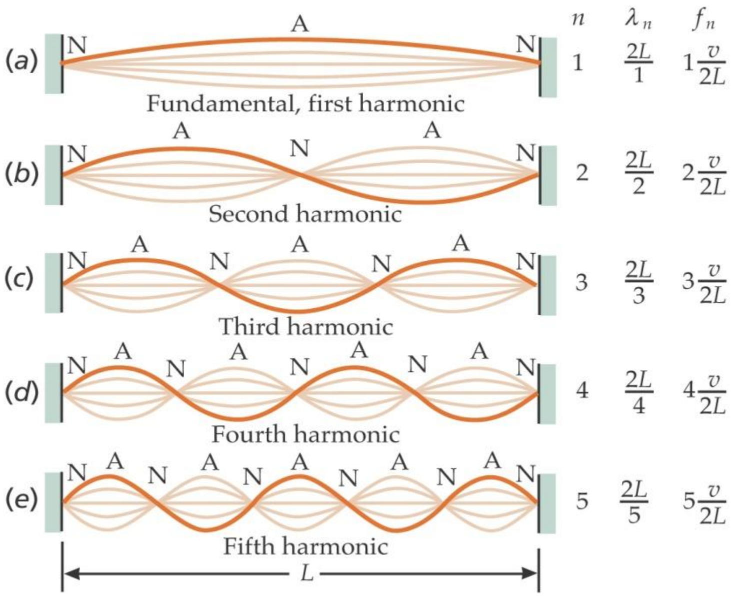
$$y(x,t) = \underbrace{\boxed{(A_{OE}\, sen k_n x)}}_{\text{Amplitud de la onda}} \cdot sen \omega_n t$$

Con $A_{oe} = 2A$

A diferencia de una onda viajera, una onda estacionaria no transfiere energía de un extremo a otro

Modos normales en una cuerda: Un modo normal de un sistema oscilante es un movimiento en que todas las partículas del sistema se mueven senoidalmente con la misma frecuencia.

$$\boxed{f_n = n\frac{v}{2L} = n \cdot f_1}$$



http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/MovOndulatorio.html

EJERCICIO 1

La ecuación de las ondas transversales que se propagan en una cuerda homogénea y sometida a una tensión T, constante está dada por

$$y(x,t) = 0.02\sin\left(10\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

donde x y y se expresan en metros, y t en segundos. La densidad lineal de masa de la cuerda es $2.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}$. Para las ondas en cuestión determine:

- El periodo, la longitud de onda y la rapidez de propagación de la perturbación.
- Calcule la potencia promedio transmitida por la cuerda, la tensión T a la que dicha cuerda está sometida y la *velocidad* del primer punto de la cuerda en el instante $t = 0$, esto es $\vec{v}(0,0)$, interprete físicamente este último resultado.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

EJERCICIO 2

Cuando del extremo libre de un resorte ideal que cuelga del techo se le fija una masa puntual $m = 1\,\mathrm{kg}$, experimenta un estiramiento de $0.025\,\mathrm{m}$, punto en el cual el sistema masa + resorte queda en equilibrio. El sistema masa + resorte descrito, se ata firmemente a una cuerda homogénea cuya posición de equilibrio coincide con el eje x. La masa unida al resorte se tira hacia abajo de modo que ella, junto al primer punto de la cuerda queden $0.05\,\mathrm{m}$ por debajo de su posición de equilibrio estable del sistema masa + resorte el cual se libera desde el reposo. Si la cuerda está sometida a una tensión de $1\,\mathrm{N}$ y su densisad lineal de masa μ es igual a $10^{-2}\,\mathrm{kg/\,m}$, determine la ecuación que describe las ondas armónicas que se propagan en la cuerda. Suponga para este caso, que la aceleración gravitacional $g = 10\,\mathrm{m/\,s^2}$.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

EJERCICIO 3 Y 4

Una onda se propaga por una cuerda formada por dos segmentos: uno con densidad lineal de masa μ_1 y otro con una densidad lineal de masa μ_2. Halle la relación entre las velocidades de propagación de la onda y las densidades lineales de masa de los dos segmentos de cuerda.

Ejercicio 4 (Homework)
Una onda mecánica se propaga en la dirección positiva del eje x en un medio de densidad constante $\rho = 1000\,\mathrm{kg/\,m^3}$. Se observa que en $t = 0\,\mathrm{s}$ las partículas del medio ubicadas en $x = 0\,\mathrm{m}$, tienen un desplazamiento máximo con respecto a la posición de equilibrio de $0.2\,\mathrm{m}$, y que alcanzan la posición donde su desplazamiento es mínimo $0.25\,\mathrm{s}$ más tarde. También se observa que en el intertvalo de tiempo referido la onda avanza $0.4\,\mathrm{m}$. **a)** Escriba la expresión para la onda asociada a la perturbación descrita anteriormente. **b)** Halle la rapidez de una partícula del medio situada a $0.5\,\mathrm{m}$ a la derecha del punto donde se produjo la perturbación, cuando es alcanzada por la ésta en el instante $t = 1\,\mathrm{s}$.

EJERCICIO 5

Dos ondas armónicas se describen por :

$$y_1 = A\cos(4x - 5t) \qquad y_2 = 2A\cos(4x - 5t - \pi)$$

Donde A = 6.0 *m*, x está en *m* y t en *s*.

¿Cuáles son la amplitud, la longitud de onda y Frecuencia de la superposición de estas ondas?
En x=1.0 *m* y t=1.0 *s* ¿Cuál es el desplazamiento neto? R/ 6.0 m, 1.57 m, 0.80, - 3.2 m