

XI

SIMPOSIO INTERNACIONAL DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

Conectando saberes, inspirando mentes:
Hacia una educación integral en ciencias y matemáticas

5 de octubre de 2023

*Andamiaje y ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí:
convergencia y aplicación en educación matemática.*

YINA MARCELA HOYOS DORIA - Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

MISAEL BELTRÁN RAMOS - Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

Contenido

Contextualización

Marco teórico

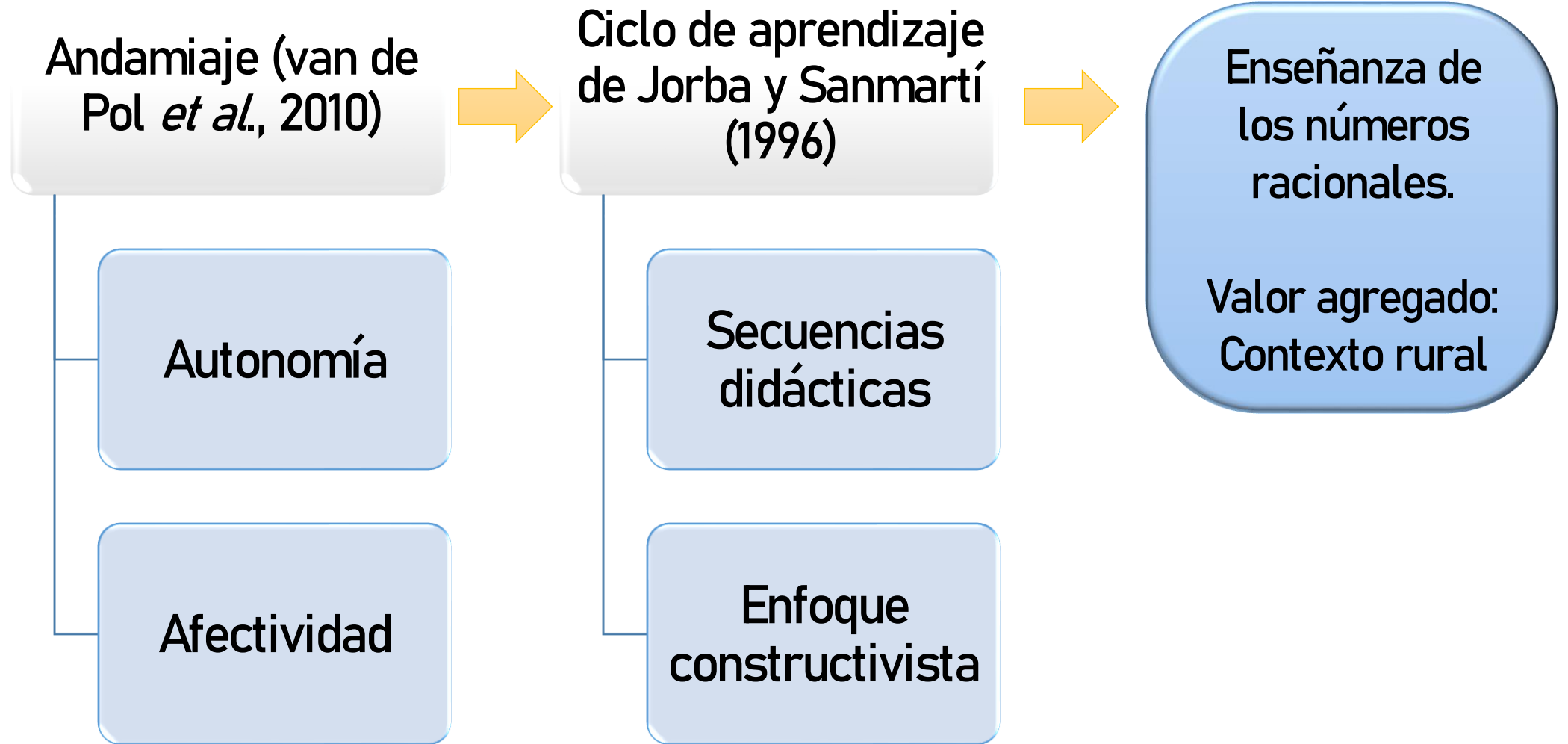
Metodología

Resultados

Conclusiones



Contextualización



Contextualización

Análisis comparativo del andamiaje y ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí

Metodología cualitativa

Impacto de la convergencia

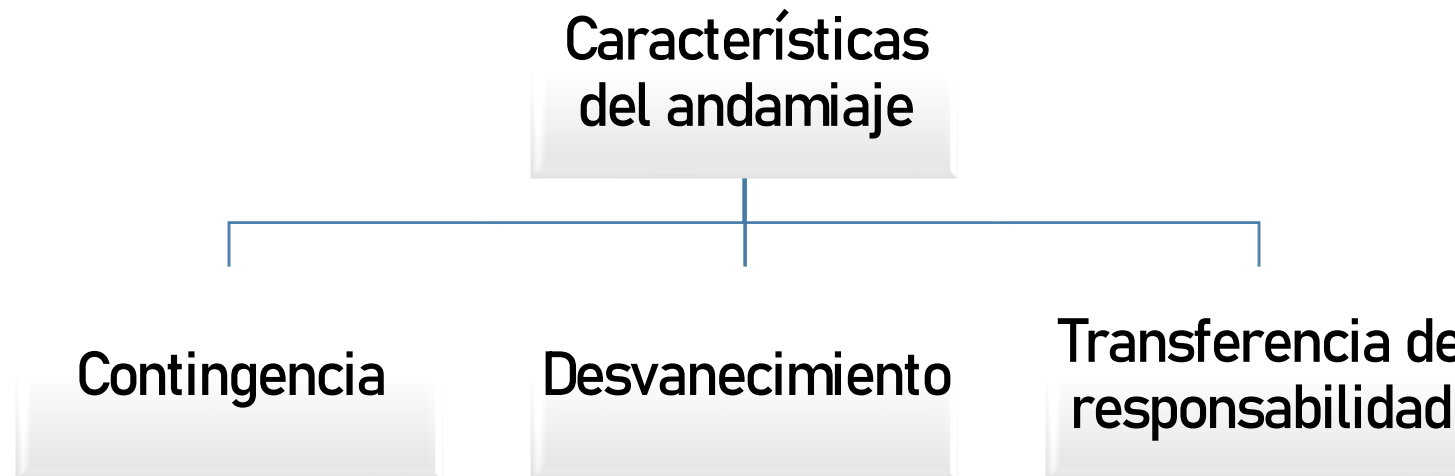
Conclusiones



Marco teórico

Wood *et al.* (1976)
metafóricamente compararon la
función que cumple un andamio
en la construcción de un edificio
con el andamiaje educativo.

Andamiaje es la ayuda temporal
suministrada por el docente a
sus estudiantes hasta que éstos
puedan realizar cierta actividad
por su cuenta (van de Pol *et al.*,
2010; Bakker *et al.*, 2015).



Marco teórico

Las investigaciones sobre andamiaje en educación matemática son todavía incipientes. No obstante, existen resultados cualitativos y observacionales prometedores que animan a seguir explorando (Bakker *et al.*, 2015).

El andamiaje ha sido determinante en diversas investigaciones escolares y universitarias que analizan su implementación en algunas temáticas de las ciencias naturales, sociales y humanas.



Marco teórico

Fases del ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1996).



Exploración

- Situaciones simples
- A1



Introducción de nuevos conocimientos

- Nuevos saberes
- A2 y A3



Síntesis o estructuración

- Sintetizar con modelos propios
- A4 y A5



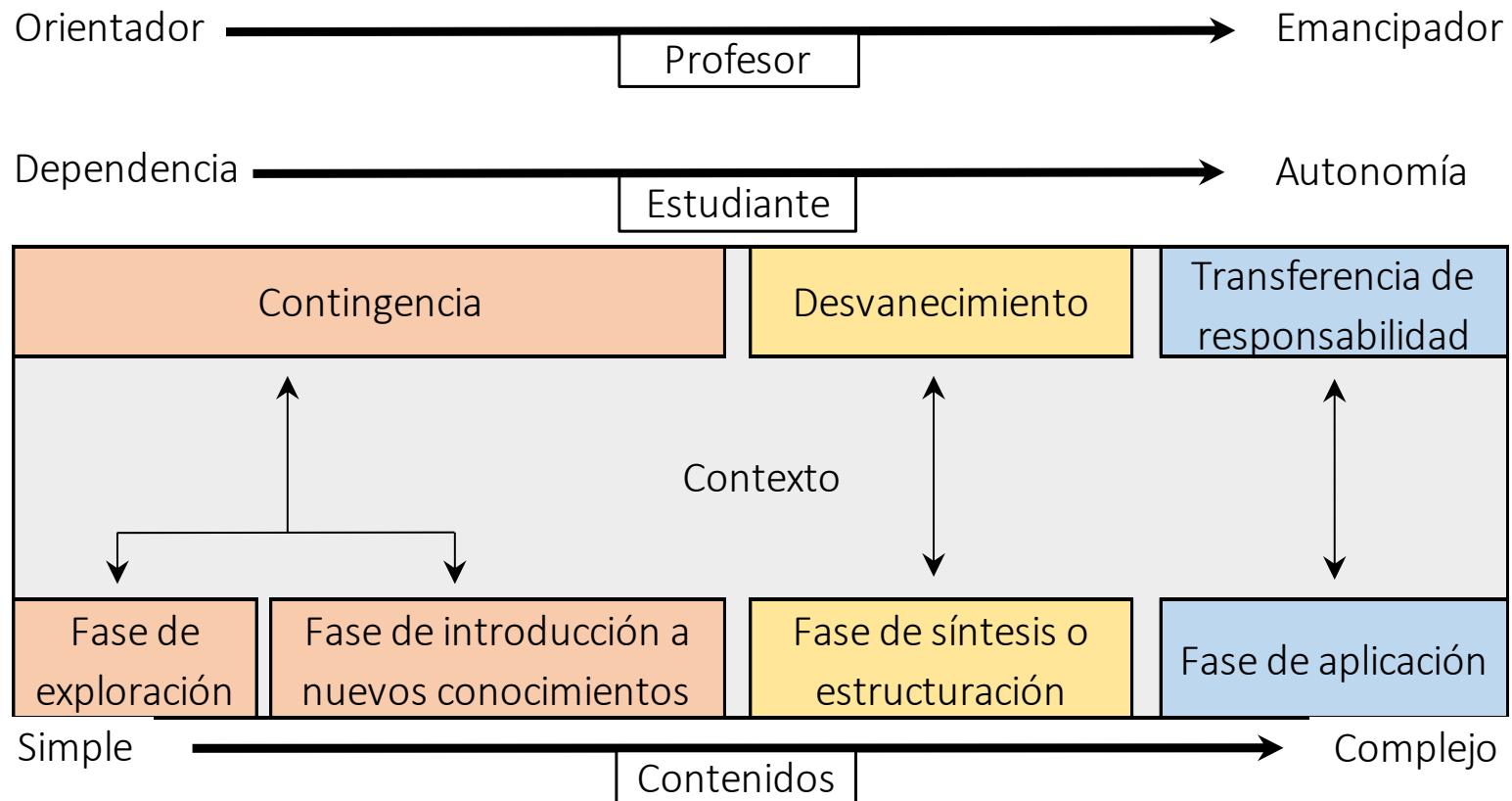
Aplicación

- Emplear el conocimiento en diversas situaciones
- A6 y A7



Marco teórico

Modelo conceptual: Convergencia andamiaje y ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí



Marco teórico

Un número racional es de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$. Este conjunto se simboliza con la letra \mathbb{Q} .

Decimales finitos:
0.125

Decimales infinitos
periódicos:
 $1.333\dots = 1.\hat{3}$

La forma a/b de los números racionales ha originado múltiples interpretaciones, entre las que se citan parte-todo, cociente, razón, medida, y operador (Kieren, 1976)



Enseñanza-aprendizaje del número racional

Metodología

Metodología cualitativa con enfoque
descriptivo e interpretativo (Sandín, 2003)

Participación voluntaria de 9 estudiantes
(prueba diagnóstica)

Implementación de la unidad didáctica
(guía impresa)

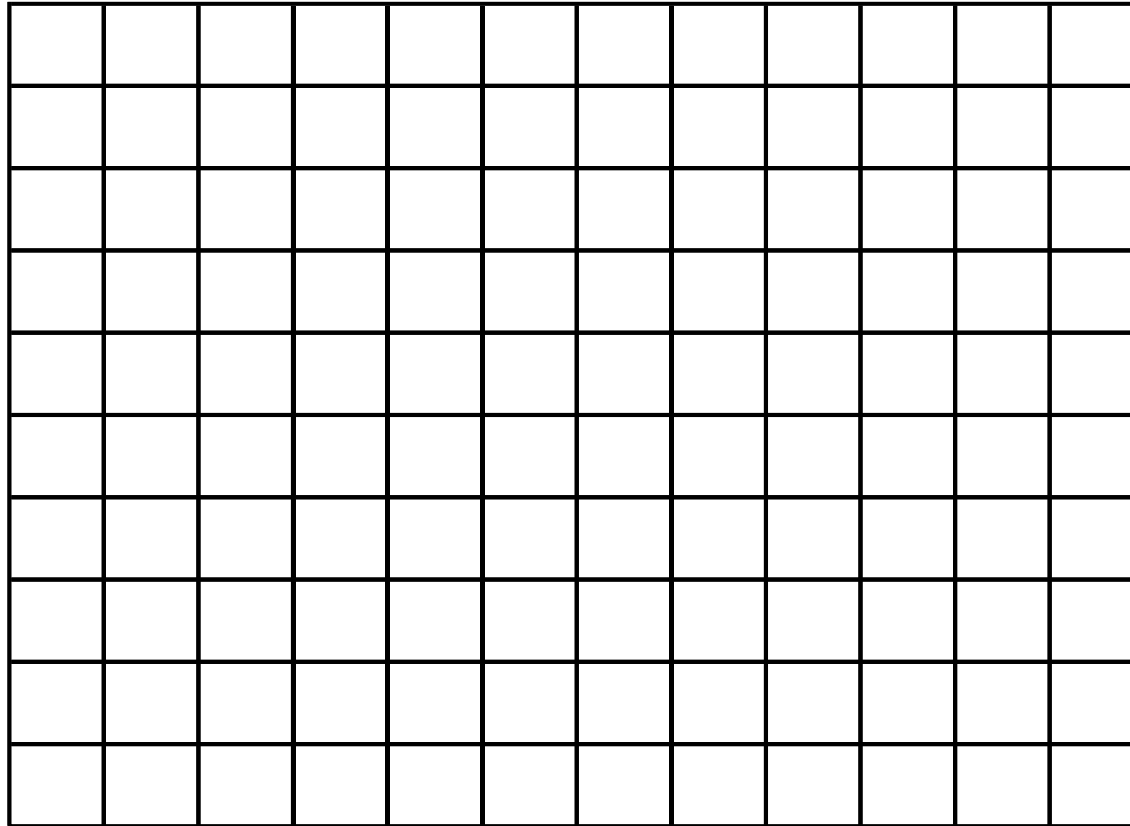


Actividad 1. Diseño de la huerta escolar

EXPLORACIÓN

¿Qué se consigue?

El estudiante será capaz de interpretar las fracciones como parte-todo de un conjunto.



PLÁTANO



ÑAME



YUCA



AJÍ



TOMATE



AHUYAMA



MAÍZ






Actividad 2. ¿Qué sucede con las fracciones?

INTRODUCCIÓN

¿Qué se consigue?

El estudiante comprenderá el concepto de equivalencia entre fracciones.

INSTRUCCIONES HOJA 1	Representa lo que ves o verías en la hoja	¿Qué fracción representa la parte pintada?
Debes tomar la hoja de papel y doblarla por la mitad. Desdoblar, y pintar una de las dos partes resultantes.		
Nuevamente toma la hoja y dóblala dos veces por la mitad, de esta manera el papel les queda dividido en cuatro partes iguales.		
Sigue doblando la hoja por la mitad tres veces más.		

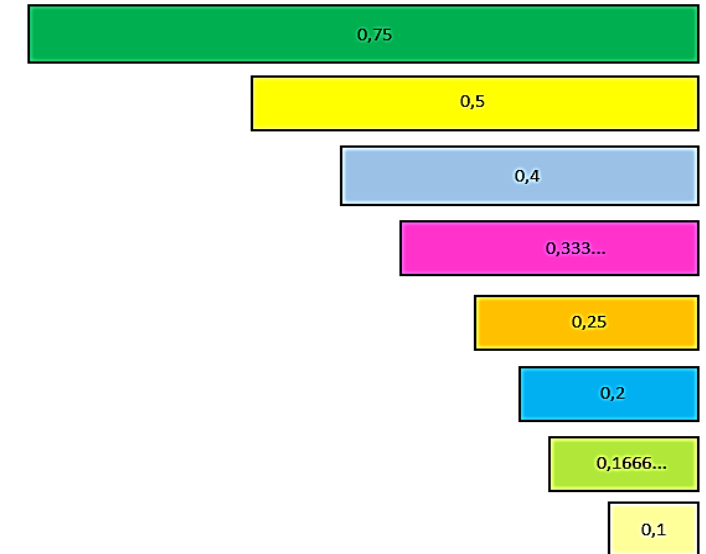
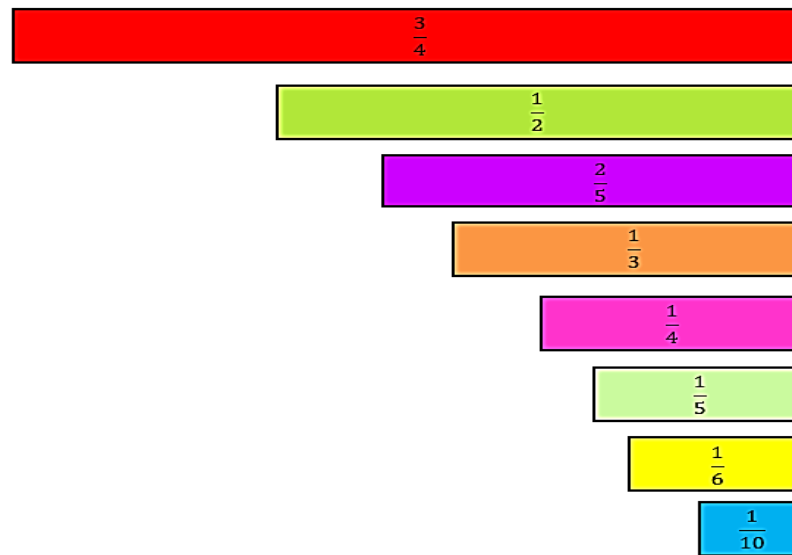


Actividad 3. Descubriendo fracciones en su expresión decimal.

INTRODUCCIÓN

¿Qué se consigue?

El estudiante comprenderá que una fracción se puede expresar como un decimal y representa la misma cantidad.

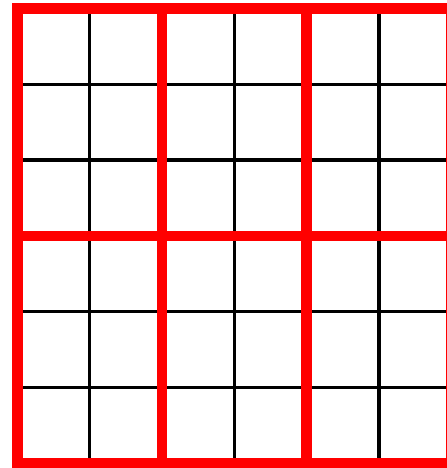


Actividad 4. Sembrando plátanos.

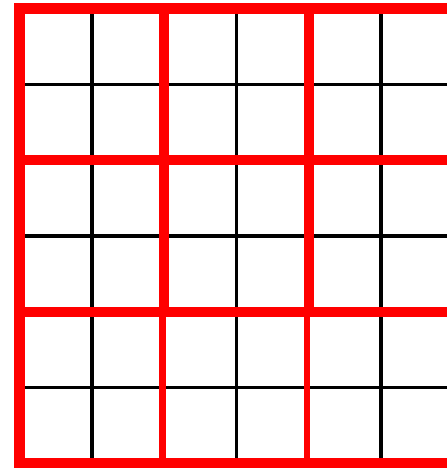
SÍNTESIS

¿Qué se consigue?

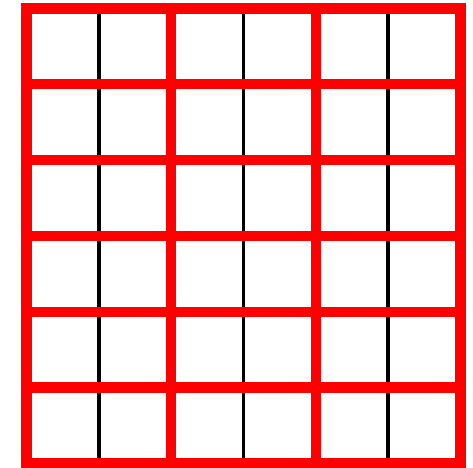
El estudiante reconocerá la equivalencia de fracciones en situaciones reales y de manera analítica.



Don Pepe



Don Pacho



Don Kike

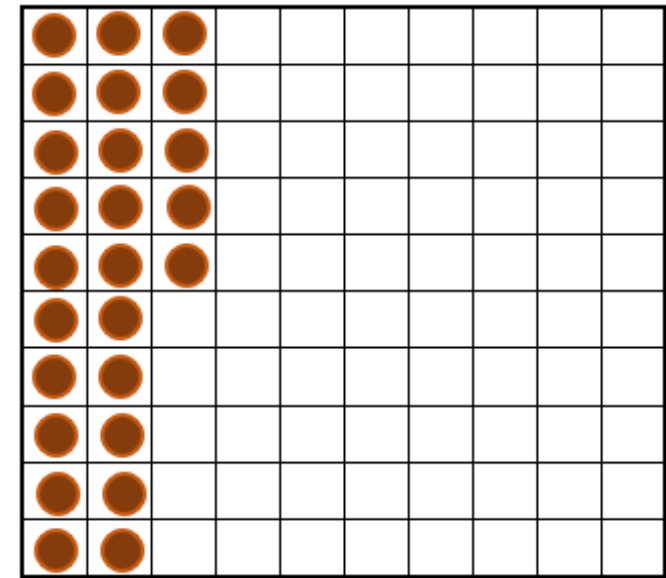
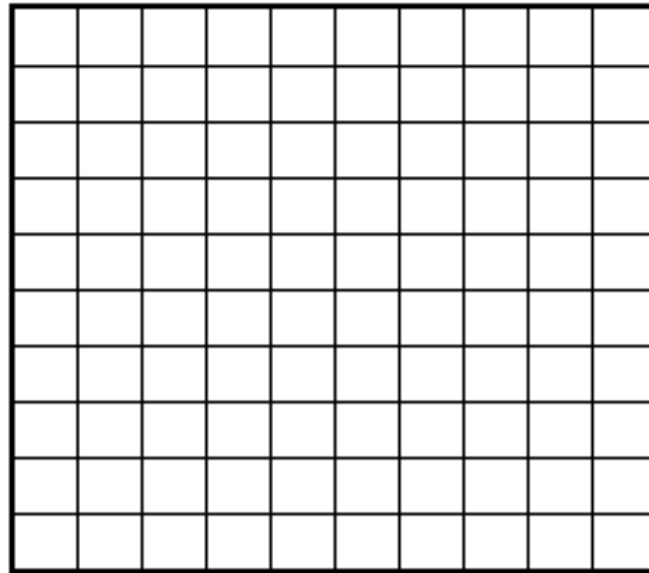


Actividad 5. Representando gráficamente fracciones y números decimales.

SÍNTESIS

¿Qué se consigue?

El estudiante comprobará de manera gráfica la conversión de una fracción a un número decimal y comprenderá el concepto de décima y centésima.



$$\frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Actividad 6. Descubre el mensaje.

APLICACIÓN

¿Qué se consigue?

El estudiante demostrará sus habilidades para reducir una fracción a su mínima expresión.

A	$\frac{1}{2}$	G	$\frac{1}{8}$	M	$\frac{3}{2}$	R	$\frac{4}{7}$	X	$\frac{7}{2}$
B	$\frac{1}{3}$	H	$\frac{1}{10}$	N	$\frac{3}{5}$	S	$\frac{4}{9}$	Y	$\frac{7}{3}$
C	$\frac{1}{4}$	I	$\frac{2}{3}$	Ñ	$\frac{3}{7}$	T	$\frac{5}{2}$	Z	$\frac{7}{5}$
D	$\frac{1}{5}$	J	$\frac{2}{5}$	O	$\frac{3}{10}$	U	$\frac{5}{3}$		
E	$\frac{1}{6}$	K	$\frac{2}{7}$	P	$\frac{4}{3}$	V	$\frac{5}{7}$		
F	$\frac{1}{7}$	L	$\frac{2}{9}$	Q	$\frac{4}{5}$	W	$\frac{5}{9}$		

$\frac{6}{60}$	$\frac{21}{70}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{35}{14}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{10}{50}$


Actividad 7. Descubre el refrán.

APLICACIÓN

¿Qué se consigue?

El estudiante demostrará sus habilidades para convertir fracciones en expresiones decimales.

ESTACIÓN 1

$$\frac{3}{4}$$


$$\frac{1}{10}$$


$$\frac{7}{5}$$



$$\frac{7}{3}$$


ESTACIÓN 2


$$\frac{1}{9}$$


$$\frac{3}{10}$$


$$\frac{13}{5}$$



$$\frac{12}{7}$$


ESTACIÓN 3

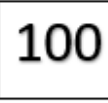
$$\frac{20}{6}$$


$$\frac{5}{4}$$



$$\frac{5}{2}$$



$$\frac{2}{9}$$


ESTACIÓN 4


$$\frac{9}{8}$$


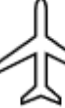
$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{8}{5}$$


ESTACIÓN 5

$$\frac{14}{9}$$


$$\frac{6}{5}$$


$$\frac{15}{9}$$


$$\frac{10}{7}$$


Refrán 1:

ESTACIÓN	1	2	3	4	5
Expresión decimal	0,1	0,1̂	0,2̂	1,125	1,2

Metodología

Diario de campo docente

Bitácora de los estudiantes

Autoevaluación tipo Likert (Matas, 2018; Clark & Watson, 2019)

En el análisis de la información se usó la triangulación de datos (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018) y se tomaron como categorías los elementos del andamiaje y las fases del ciclo de aprendizaje de Jorba y Sanmartí (1996).

Metodología

Ficha metacognitiva de evaluación

Característica del andamiaje	Fases del ciclo de aprendizaje	Desempeños del estudiante	Acciones del docente
Contingencia	Exploración (A1)	(A1) Distribuye el terreno de la huerta escolar siguiendo las especificaciones dadas. (A1) Determina la fracción que corresponde a cada producto.	Valora los conocimientos previos del estudiante. Apoya a los estudiantes en la interpretación de las fracciones para que distribuyan el terreno de la huerta escolar.
	Introducción de nuevos conocimientos (A2 y A3)	(A2) Identifica la equivalencia entre las fracciones encontradas al doblar hojas de papel. (A3) Descubre la expresión decimal de una fracción emparejando barras.	Ejemplifica los dobleces de la primera hoja. Hace seguimiento a las estrategias adoptadas por los estudiantes y los dirige hacia el logro del objetivo planteado.



Metodología

Ficha metacognitiva de evaluación

Característica del andamiaje	Fases del ciclo de aprendizaje	Desempeños del estudiante	Acciones del docente
Desvanecimiento	Síntesis (A4 y A5)	(A4) Determina la fracción equivalente a través de la distribución gráfica de la siembra de plátanos. (A5) Representa una fracción de forma gráfica, numérica y decimal.	Valida el proceso del estudiante y lo reorienta de ser necesario. Indica puntos de mejora en algunos casos.
Transferencia de responsabilidad	Aplicación (A6 y A7)	(A6) Descubre un mensaje reduciendo fracciones a su mínima expresión. (A7) Descifra un refrán haciendo conversiones de fracción a decimal.	Espera sin intervenir y al final verifica el procedimiento aplicado en la ejecución que realiza el estudiante y da indicaciones en casos de confusión.



Resultados

Desempeño individual durante el proceso

ESTUDIANTE	PRUEBA DIAGNÓSTICA	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	RESULTADO FINAL	BALANCE
E1	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	--
E2	Bajo	Alto	Básico	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	→
E3	Bajo	Alto	Alto	Alto	Alto	Básico	Bajo	Alto	Alto	→
E4	Básico	Alto	Básico	Alto	Básico	Básico	Bajo	Básico	Básico	--
E5	Básico	Alto	Alto	Alto	Alto	Bajo	Básico	Bajo	Básico	--
E6	Alto	Alto	Básico	Alto	Alto	Básico	Bajo	Bajo	Básico	←
E7	Básico	Alto	Básico	Alto	Básico	Básico	Bajo	Bajo	Básico	--
E8	Básico	Alto	Alto	Alto	Bajo	Básico	Bajo	Bajo	Básico	--
E9	Básico	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Básico	Alto	Alto	→

■ Desempeño bajo
 ■ Desempeño básico
 ■ Desempeño alto

→ Avanzó de nivel -- Estable ← Retrocedió de nivel



Resultados

Actividad 1.

Fase de exploración

Contingencia

1. Rol contingente.
2. Algunas complicaciones para dividir.
3. Creatividad.
4. Identificar fracción.

Dos diseños distintos para la siembra de cultivos en la huerta escolar



→ Los objetivos se lograron totalmente.

→ Se identificó el concepto de unidad como punto de mejora.





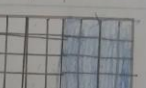

Resultados

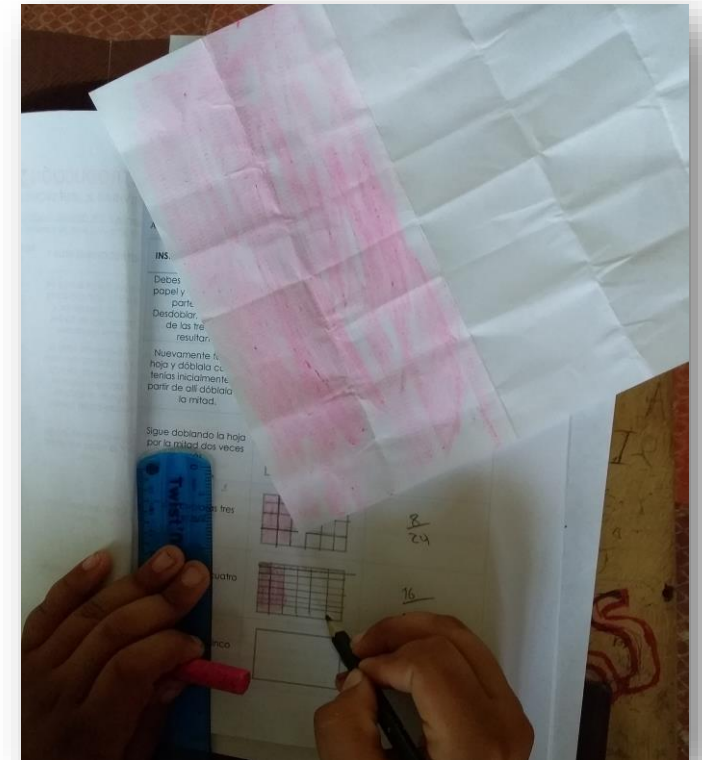
Actividad 2.

Fase de introducción

Contingencia

1. Doblecés de la hoja.
2. Retroalimentación.
3. Interacción mediada por cuestionamientos.
4. Fracciones equivalentes

INSTRUCCIONES HOJA 1	Representa lo que ves o verías en la hoja	¿Qué fracción representa la parte pintada?
Debes tomar la hoja de papel y doblarla por la mitad. Desdoblar, y pintar una de las dos partes resultantes.		$\frac{1}{2}$
Nuevamente toma la hoja y dóblala dos veces por la mitad, de esta manera el papel les queda dividido en cuatro partes iguales.		$\frac{2}{4}$
Al seguir doblando la hoja por la mitad tres veces más.		$\frac{3}{8}$
si la doblaras cuatro veces?		$\frac{4}{16}$
si la doblaras cinco veces?		$\frac{6}{32}$
si la doblaras seis veces?		$\frac{10}{64}$



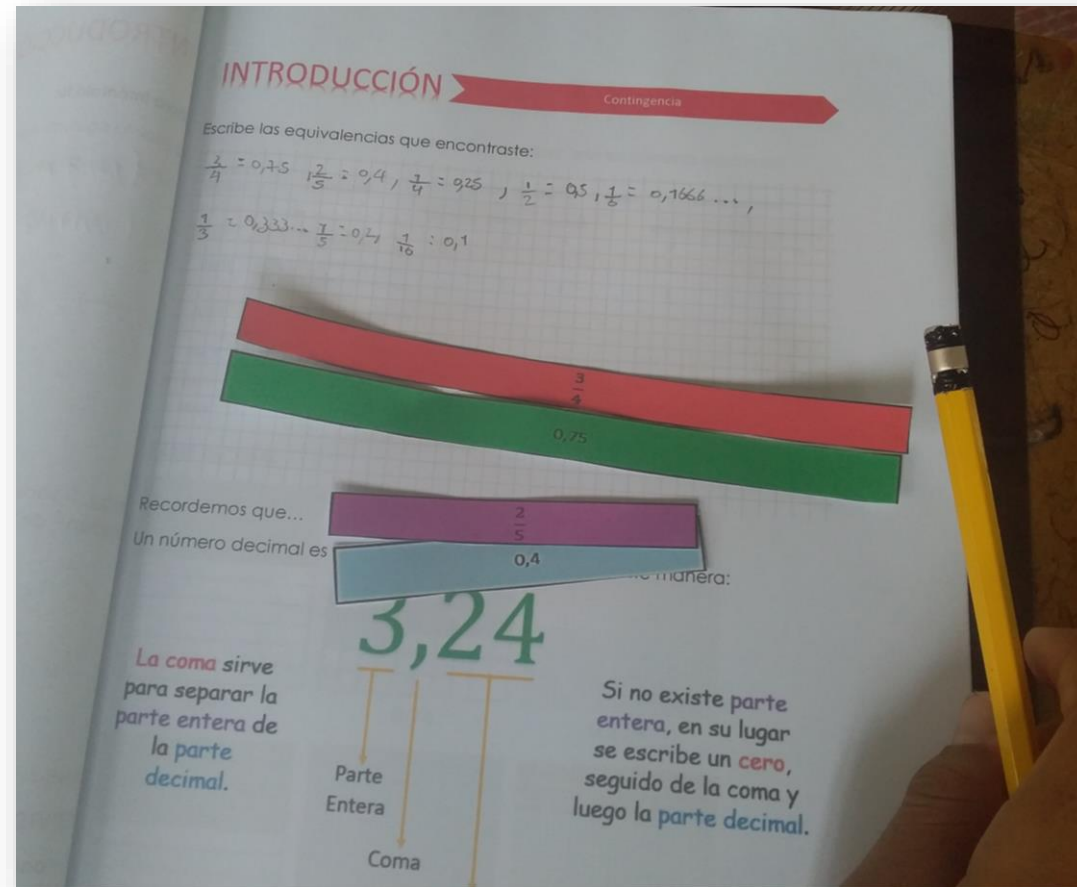
Interpreta. ¿Qué relación encuentras entre todas estas fracciones? Justifica tu respuesta.

Cada vez que doblas la hoja va cambiando una parte coloreada y otra en blanco cada vez que dobla cambia mucho pero todo es igual que la otra siempre tiene la misma cantidad.

Resultados

Actividad 3. Fase de introducción Contingencia

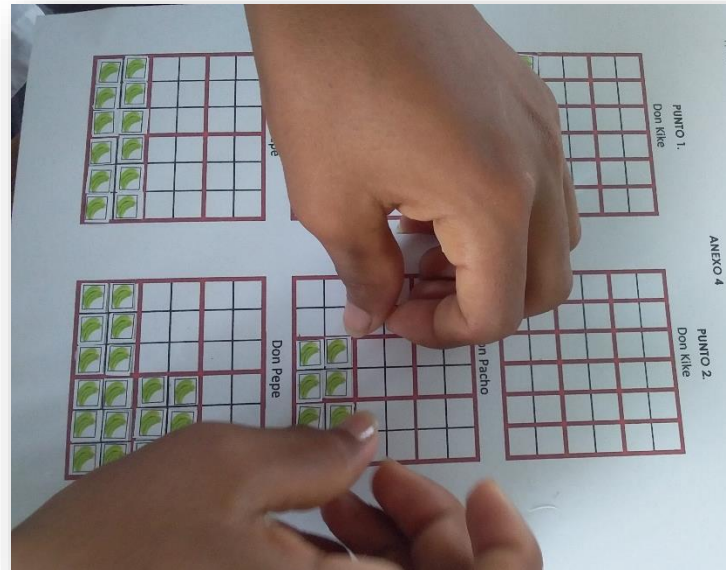
1. Papel contingente.
2. Expresiones decimales.
3. Dificultades para dividir.



- Los propósitos fueron alcanzados parcialmente.
- Los saberes introducidos forjaron el concepto de número racional y mejoraron la habilidad procedimental.

Resultados

- Actividad 4.**
Fase de síntesis
Desvanecimiento
1. Desequilibrio.
 2. Disminuye la asistencia del docente.



1. Si Don Pepe decide sembrar plátano en dos sextas partes de su terreno, ¿cuánto deberá sembrar Don Pacho y Don Kike en sus terrenos para poder tener la misma cantidad de plátano?

Don pepe - Don pacho - Don Kike

$$\frac{2}{6} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{6}{18}$$

2. Si el próximo año, Don Pepe piensa sembrar plátano en tres sextas partes de su terreno, ¿cuánto deberá sembrar Don Pacho y Don Kike en sus terrenos para poder tener la misma cantidad de plátano?

Don pepe Don pacho Don Kike

$$\frac{6}{3} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{18}{9}$$

Página 19 de 32

ANEXO 4

PUNTO 1.
Don Kike

Don Pacho

Don Pepe

PUNTO 2.
Don Kike

Don Pacho

Don Pepe

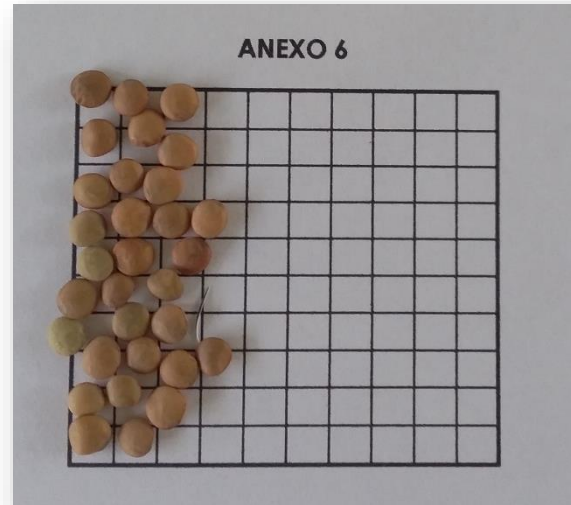
Resultados

Actividad 5.

Fase de síntesis

Desvanecimiento

1. Retiro gradual del apoyo.
2. Dificultades con criterios de divisibilidad.
3. Confusión entre 0,100 y 1.



$$\frac{50}{100} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,50$$

$$\frac{100}{100} = \frac{5}{5} = 0,100$$

→ Alcance parcial de los objetivos.

→ El docente poco a poco se desvaneció y aparecieron por primera vez estudiantes con desempeño bajo.

Resultados

Actividad 6.

Fase de aplicación

Transferencia de Resp.

1. Se transfiere la responsabilidad.
2. Confusión por parte de los estudiantes.
3. Motivación.

APLICACIÓN Transferencia de responsabilidad

Para ello debes reducir cada fracción en la palabra que hace parte del mensaje oculto a su mínima expresión y así asignarle la letra que le corresponde. Cada recuadro esconde el nombre de un valor, descúbrela y colócalos en los espacios en blanco del mensaje. Luego, compártelo con tu familia.

E	L		A	M	O	B
$\frac{3}{18}$	$\frac{8}{36}$		$\frac{12}{24}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{15}{50}$	$\frac{16}{28}$

L	A		M						
$\frac{6}{27}$	$\frac{4}{8}$		$\frac{18}{36}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{16}{24}$	$\frac{20}{45}$	$\frac{30}{12}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{12}{60}$

$\frac{6}{60}$	$\frac{21}{70}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{35}{14}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{10}{50}$

Implica las fracciones:

Handwritten student work:

$\frac{3}{18} \rightarrow \frac{3 \div 3}{18 \div 3} = \frac{1}{6}$

$\frac{8}{36} \rightarrow \frac{8 \div 4}{36 \div 4} = \frac{2}{9}$

$\frac{12}{24} \rightarrow \frac{12 \div 12}{24 \div 12} = \frac{1}{2}$

$\frac{12}{8} \rightarrow \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$

$\frac{15}{50} \rightarrow \frac{15 \div 5}{50 \div 5} = \frac{3}{10}$

$\frac{16}{28} \rightarrow \frac{16 \div 4}{28 \div 4} = \frac{4}{7}$

APLICACIÓN Transferencia de responsabilidad

ACTIVIDAD 6: DESCUBRE EL MENSAJE

Observa el siguiente abecedario, donde a cada letra se le ha asignado una fracción reducida. El objetivo será descifrar el mensaje oculto.

A	$\frac{1}{2}$	G	$\frac{1}{8}$	M	$\frac{3}{2}$	R	$\frac{4}{7}$	X	$\frac{7}{2}$
B	$\frac{1}{3}$	H	$\frac{1}{10}$	N	$\frac{3}{5}$	S	$\frac{4}{9}$	Y	$\frac{7}{3}$
C	$\frac{1}{4}$	I	$\frac{2}{3}$	Ñ	$\frac{3}{7}$	T	$\frac{5}{2}$	Z	$\frac{7}{5}$
D	$\frac{1}{5}$	J	$\frac{2}{5}$	O	$\frac{3}{10}$	U	$\frac{5}{3}$		
E	$\frac{1}{6}$	K	$\frac{2}{7}$	P	$\frac{4}{3}$	V	$\frac{5}{7}$		
F	$\frac{1}{7}$	L	$\frac{2}{9}$	Q	$\frac{4}{5}$	W	$\frac{5}{9}$		

Tu misión es completar un mensaje oculto, que inicia así:
 Para ser felices, es importante tener en cuenta
Honestidad, La Amistad y El Amor

Resultados

Actividad 7.





















Fase de aplicación

Transferencia de Resp.

1. Trabajo autónomo.
2. Dificultades para dividir.
3. Inventar un dicho.

ACTIVIDAD 7: DESCUBRE EL REFRÁN

A continuación, puedes ver 5 estaciones con 4 fracciones cada una. A su vez cada fracción tiene asociado una imagen. Debes tomar en cada estación la fracción que sea equivalente a la expresión decimal que se indica. Al final unir con una línea las cinco fracciones escogidas en cada caso. Hallar el camino correcto implica descifrar un conocido refrán con la secuencia de imágenes seleccionadas.

ESTACIÓN 1	ESTACIÓN 2	ESTACIÓN 3	ESTACIÓN 4	ESTACIÓN 5
$\frac{3}{4}$ 	$\frac{1}{9}$ 	$\frac{20}{6}$ 	$\frac{9}{8}$ 	$\frac{14}{9}$ 
$\frac{1}{10}$ 	$\frac{3}{10}$ 	$\frac{5}{4}$ 	$\frac{2}{5}$ 	$\frac{6}{5}$ 
$\frac{7}{5}$ 	$\frac{13}{5}$ 	$\frac{5}{2}$ 	$\frac{1}{3}$ 	$\frac{15}{9}$ 
$\frac{7}{3}$ 	$\frac{12}{7}$ 	$\frac{2}{9}$ 	$\frac{8}{5}$ 	$\frac{10}{7}$ 

Página 27 de 32

APLICACIÓN

Transferencia de responsabilidad

Refrán 1:

ESTACIÓN	1	2	3	4	5
Expresión decimal	0,1	0,1	0,2	1,125	1,2

Refrán 2:

ESTACIÓN	1	2	3	4	5
Expresión decimal	2,3	2,6	3,3	1,6	1,6

Para cada estación deberás hallar la expresión decimal de cada una de las fracciones para encontrar la correcta.

Estación 1.

$\frac{3}{4} = 0,75$ $\frac{1}{9} = 0,111$ $\frac{20}{6} = 3,333$ $\frac{9}{8} = 1,125$ $\frac{14}{9} = 1,555$

$\frac{1}{10} = 0,1$ $\frac{3}{10} = 0,3$ $\frac{5}{4} = 1,25$ $\frac{2}{5} = 0,4$ $\frac{6}{5} = 1,2$

$\frac{7}{5} = 1,4$ $\frac{13}{5} = 2,6$ $\frac{5}{2} = 2,5$ $\frac{1}{3} = 0,333$ $\frac{15}{9} = 1,666$

$\frac{7}{3} = 2,333$ $\frac{12}{7} = 1,714$ $\frac{2}{9} = 0,222$ $\frac{8}{5} = 1,6$ $\frac{10}{7} = 1,428$

Estación 2.

$\frac{7}{9} = 0,777$ $\frac{9}{7} = 1,285$ $\frac{13}{5} = 2,6$ $\frac{13}{5} = 2,6$

$\frac{3}{7} = 0,428$ $\frac{10}{3} = 3,333$ $\frac{10}{3} = 3,333$ $\frac{12}{7} = 1,714$

$\frac{4}{7} = 0,571$ $\frac{12}{7} = 1,714$ $\frac{12}{7} = 1,714$ $\frac{12}{7} = 1,714$

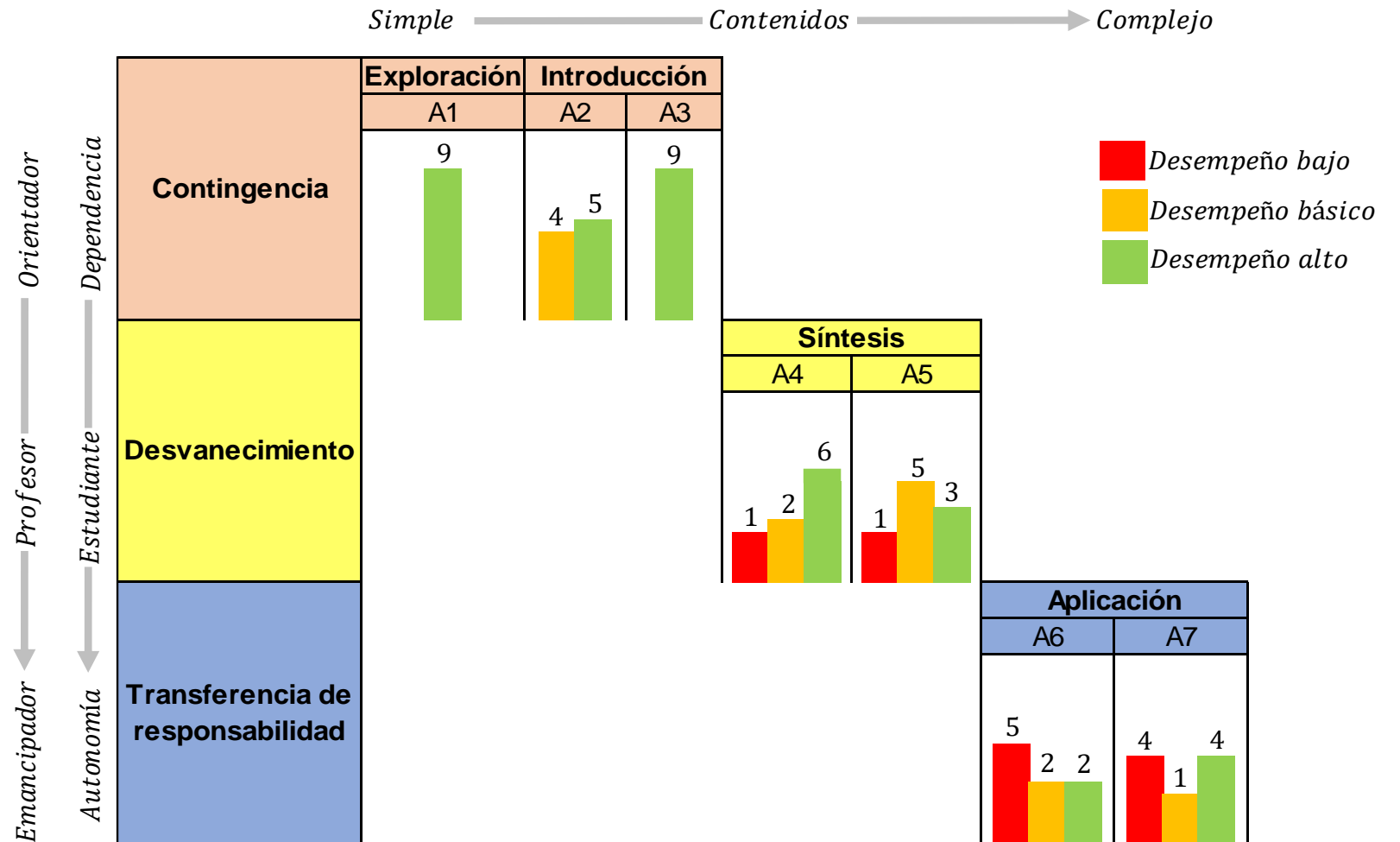
Página 28 de 32

→ Menor alcance de objetivos.

→ En general, la fase de aplicación dejó al descubierto una marcada diferencia entre los ritmos de aprendizaje de los nueve participantes.

Resultados

Sinergia del ciclo de aprendizaje con las características del andamiaje.



Impacto socioafectivo

Actitud moderada del docente basándose en la ficha metacognitiva.

Los estudiantes exteriorizaron sus ideas y sentimientos.

La convergencia promovió el aprendizaje colaborativo y la socialización.

Disfrute y satisfacción de los estudiantes.

Carácter integrador de las componentes académicas y socioafectivas

Impacto positivo en lo relacionado a las emociones y sentimientos personales



Conclusiones

La evidencia empírica y descriptiva revelada muestra que la convergencia es efectiva en educación matemática.

El retiro paulatino del apoyo docente influyó en una disminución de los desempeños, pero en general, la fusión benefició la motivación y tolerancia a la frustración.

La convergencia se adaptó bien al contexto de la escuela rural y podría integrarse en modelos de educación flexibles vigentes en Colombia: escuela nueva, postprimaria, etc.

Comprensión bilateral docente-estudiante que parece garantizar de momento el éxito de la convergencia.

Referencias

Bakker, A., Smit, J., & Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: introduction and review. *ZDM Mathematics Education*, 47, 1047-1065. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8>

Clark, L., & Watson, D. (2019). Constructing validity: New developments in creating objective measuring instruments. *Psychological Assessment*, 31(12), 1412-1427.
<https://doi.org/10.1037/pas0000626>

Hernández–Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mc Graw Hill.

Jorba, J., & Sanmartí, N. (1996). *Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de evaluación continua. Propuesta didáctica para las áreas de las ciencias de la naturaleza y matemáticas*. Ministerio de Educación y Cultura.



Referencias

- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. En: Lesh, R. (ed.). *Number and measurement: Papers from a research workshop*, 101-144. Columbus. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf>
- Sandín, M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y tradiciones*. Mc Graw Hill.
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En: Badillo, E. *et al.* (eds.). *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. 13-58. Editorial Magisterio.
- van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22, 271-296.
<https://doi.org/10.1007/s10648-010-9127-6>
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, 17, 89-100. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>



Muchas gracias

