

EL ERROR EN LAS MEDICIONES EN CIENCIAS NATURALES .

Roque Lobo Torres. Juan C. Miranda. Dario Castro Castro.

Dpto. de Física
Universidad del Norte

27 de mayo de 2014

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

Conceptos fundamentales

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

- Tipos de medida

Conceptos fundamentales

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

- Tipos de medida

- **Medidas directas:** Son aquellas que se realizan con una sola lectura del aparato medidor.

Conceptos fundamentales

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

- Tipos de medida

- Medidas directas: Son aquellas que se realizan con una sola lectura del aparato medidor.
 - Ejemplo: la medición del ancho o el largo de la mesa de trabajo.

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

- Tipos de medida

- Medidas directas: Son aquellas que se realizan con una sola lectura del aparato medidor.
 - Ejemplo: la medición del ancho o el largo de la mesa de trabajo.
- Medidas indirectas: Son aquellas que exigen varias medidas directas y el posterior cálculo del experimentador.

- Medición

La medición es un proceso mediante el cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, y que se ha adoptado como unidad.

- Tipos de medida

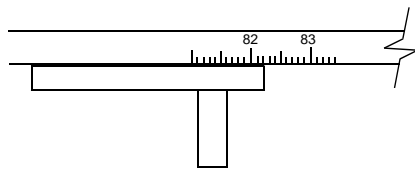
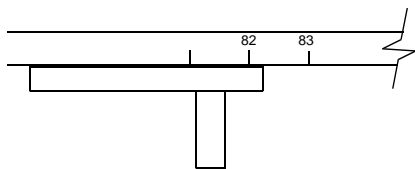
- Medidas directas: Son aquellas que se realizan con una sola lectura del aparato medidor.
 - Ejemplo: la medición del ancho o el largo de la mesa de trabajo.
- Medidas indirectas: Son aquellas que exigen varias medidas directas y el posterior cálculo del experimentador.
 - Ejemplo de este tipo de medidas lo constituye por ejemplo la del área de un triángulo, que se realiza con dos medidas directas de longitud y un cálculo de multiplicación.

Incertidumbre en las mediciones

- Depende de la precisión del aparato utilizado y del experimentador.

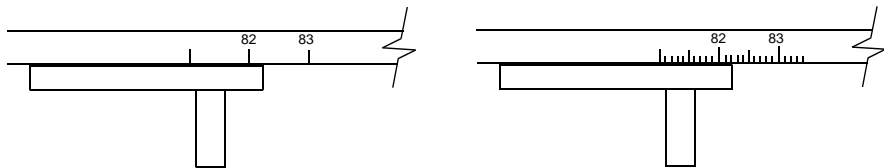
Incertidumbre en las mediciones

- Depende de la precisión del aparato utilizado y del experimentador.
- **Ilustración**



Incertidumbre en las mediciones

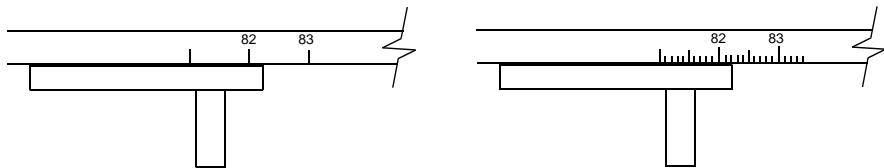
- Depende de la precisión del aparato utilizado y del experimentador.
- Ilustración



- Usando la escala de la izquierda, se puede decir con certeza que la longitud debe estar entre 82 cm y 83 cm y se puede *estimar* que la longitud es de 82,2 cm.

Incertidumbre en las mediciones

- Depende de la precisión del aparato utilizado y del experimentador.
- Ilustración



- Usando la escala de la izquierda, se puede decir con certeza que la longitud debe estar entre 82 cm y 83 cm y se puede *estimar* que la longitud es de 82,2 cm.
- Usando la escala de la derecha se puede decir con certeza que la longitud está entre 82,2 cm y 82,3 cm y se puede *estimar* la longitud en 82,25 cm.

- La incertidumbre en la lectura de la regla de la izquierda, es mayor que en la de la regla de la derecha. La regla de la derecha es más precisa.

- La incertidumbre en la lectura de la regla de la izquierda, es mayor que en la de la regla de la derecha. La regla de la derecha es más precisa.
- En las mediciones que se realizan en el laboratorio, el valor de la incertidumbre corresponde, a menos que se cite explícitamente, a la mitad del último lugar decimal que tiene el número de la medida.

- La incertidumbre en la lectura de la regla de la izquierda, es mayor que en la de la regla de la derecha. La regla de la derecha es más precisa.
- En las mediciones que se realizan en el laboratorio, el valor de la incertidumbre corresponde, a menos que se cite explícitamente, a la mitad del último lugar decimal que tiene el número de la medida.
- La exactitud en una medida está dada por la cantidad de *cifras significativas* que tiene.

- La incertidumbre en la lectura de la regla de la izquierda, es mayor que en la de la regla de la derecha. La regla de la derecha es más precisa.
- En las mediciones que se realizan en el laboratorio, el valor de la incertidumbre corresponde, a menos que se cite explícitamente, a la mitad del último lugar decimal que tiene el número de la medida.
- La exactitud en una medida está dada por la cantidad de *cifras significativas* que tiene.
- La precisión en una medida está dada por la incertidumbre.

- La incertidumbre en la lectura de la regla de la izquierda, es mayor que en la de la regla de la derecha. La regla de la derecha es más precisa.
- En las mediciones que se realizan en el laboratorio, el valor de la incertidumbre corresponde, a menos que se cite explícitamente, a la mitad del último lugar decimal que tiene el número de la medida.
- La exactitud en una medida está dada por la cantidad de *cifras significativas* que tiene.
- La precisión en una medida está dada por la incertidumbre.
 - Ejemplo: La longitud $82,2\text{ cm}$ de la regla de la derecha, tiene una exactitud de tres cifras significativas y una precisión de $0,05\text{ cm}$.

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- **Clasificación de los errores**

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - **Los errores sistemáticos:** Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - Los errores sistemáticos: Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:
 - Errores en la calibración de los aparatos o error de cero.

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - Los errores sistemáticos: Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:
 - Errores en la calibración de los aparatos o error de cero.
 - Errores debido a la influencia de factores ambientales.

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - Los errores sistemáticos: Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:
 - Errores en la calibración de los aparatos o error de cero.
 - Errores debido a la influencia de factores ambientales.
 - **Error de paralaje.**

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - Los errores sistemáticos: Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:
 - Errores en la calibración de los aparatos o error de cero.
 - Errores debido a la influencia de factores ambientales.
 - Error de paralaje.
 - Errores accidentales.

Teoría del error

- Todos los resultados numéricos que se obtienen en un experimento son el resultado de medidas y por lo tanto, están sujetos a errores de diferente índole.
- Clasificación de los errores
 - Los errores sistemáticos: Están asociados con la técnica empleada en la obtención de las mediciones, con la calibración de los aparatos o bien con el experimentador mismo y afectan el resultado de la misma manera. Dentro de este tipo de errores se tienen:
 - Errores en la calibración de los aparatos o error de cero.
 - Errores debido a la influencia de factores ambientales.
 - Error de paralaje.
 - Errores accidentales.
 - Cálculo del error al medir una cantidad física.
Los errores o imprecisiones en los resultados se expresan matemáticamente bajo dos formas que se denominan error absoluto y error relativo.

- El valor más probable en la medición de una cantidad física dada A . Se denota por \bar{A} y se define según

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Donde A_i representa la i -ésima medición y n el número de lecturas efectuadas.

- El valor más probable en la medición de una cantidad física dada A . Se denota por \bar{A} y se define según

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Donde A_i representa la i -ésima medición y n el número de lecturas efectuadas.

- **Error absoluto**

- El valor más probable en la medición de una cantidad física dada A . Se denota por \bar{A} y se define según

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Donde A_i representa la i -ésima medición y n el número de lecturas efectuadas.

- Error absoluto
 - De una medición (Desviación de una medición). El error absoluto de una medición A_i , se denota por ΔA_i y se define según

$$\Delta A_i = |\bar{A} - A_i|$$

- El valor más probable en la medición de una cantidad física dada A . Se denota por \bar{A} y se define según

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Donde A_i representa la i -ésima medición y n el número de lecturas efectuadas.

- Error absoluto

- De una medición (Desviación de una medición). El error absoluto de una medición A_i , se denota por ΔA_i y se define según

$$\Delta A_i = |\bar{A} - A_i|$$

- De una medida A . Se denota por ΔA y se define según

$$\Delta A = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \dots + \Delta A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}{n}$$

- El valor más probable en la medición de una cantidad física dada A . Se denota por \bar{A} y se define según

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{n}$$

Donde A_i representa la i -ésima medición y n el número de lecturas efectuadas.

- Error absoluto

- De una medición (Desviación de una medición). El error absoluto de una medición A_i , se denota por ΔA_i y se define según

$$\Delta A_i = |\bar{A} - A_i|$$

- De una medida A . Se denota por ΔA y se define según

$$\Delta A = \frac{\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \dots + \Delta A_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}{n}$$

- Cuando $n < 10$, entonces

$$\Delta A = \frac{A_{\text{máx}} - A_{\text{mín}}}{2}$$

- Cuando $n = 1$, entonces ΔA es el valor de la apreciación del instrumento utilizado y se escribe

$$A = A \pm \Delta A$$

- Cuando $n = 1$, entonces ΔA es el valor de la apreciación del instrumento utilizado y se escribe

$$A = A \pm \Delta A$$

- Ejemplo: Supóngase que se mide el ancho de una puerta y se encuentra que el valor para tal medición es 95cm y que la medición fué hecha con una regla calibrada en milímetros, se dice que el error absoluto es $\Delta A = 0,1\text{cm}$ y que el ancho verdadero A está dado por

$$95,0 - 0,1 < A < 95,0 + 0,1$$

- Cuando $n = 1$, entonces ΔA es el valor de la apreciación del instrumento utilizado y se escribe

$$A = A \pm \Delta A$$

- Ejemplo: Supóngase que se mide el ancho de una puerta y se encuentra que el valor para tal medición es 95cm y que la medición fué hecha con una regla calibrada en milímetros, se dice que el error absoluto es $\Delta A = 0,1\text{cm}$ y que el ancho verdadero A está dado por

$$95,0 - 0,1 < A < 95,0 + 0,1$$

- Que se escribe de acuerdo con la convención internacional,

$$A = 95,0 \pm 0,1\text{cm},$$

- Cuando $n = 1$, entonces ΔA es el valor de la apreciación del instrumento utilizado y se escribe

$$A = A \pm \Delta A$$

- Ejemplo: Supóngase que se mide el ancho de una puerta y se encuentra que el valor para tal medición es 95cm y que la medición fué hecha con una regla calibrada en milímetros, se dice que el error absoluto es $\Delta A = 0,1\text{cm}$ y que el ancho verdadero A está dado por

$$95,0 - 0,1 < A < 95,0 + 0,1$$

- Que se escribe de acuerdo con la convención internacional,

$$A = 95,0 \pm 0,1\text{cm},$$

- **Nótese que el error absoluto se expresa con la unidad de la magnitud que se mide.**

- Error relativo

Se interpreta como el cálculo de la probabilidad de que el valor real de la medición no esté contenido en la gama de valores pertenecientes al intervalo $-\Delta A < A < \Delta A$, y se define según

$$\delta A = \frac{\Delta A}{\bar{A}} \times 100\%$$

- Error relativo

Se interpreta como el cálculo de la probabilidad de que el valor real de la medición no esté contenido en la gama de valores pertenecientes al intervalo $-\Delta A < A < \Delta A$, y se define según

$$\delta A = \frac{\Delta A}{\bar{A}} \times 100\%$$

- El valor *aceptado por la comunidad científica* para una variable dada A se conoce como su valor teórico ($A_{teorico}$) y se considera como valor más probable. Para este caso, el error relativo en la cantidad A que se mide durante un experimento, está dado por

$$\delta A (\%) = \frac{|A_{teorico} - \bar{A}|}{A_{teorico}} \times 100\%$$

- Dada una función $f(x_1, x_2, x_3 \dots, x_n)$ una función de n variables, donde cada x_i es una cantidad física a la cual se ha determinado su error o incertidumbre. El error absoluto o la incertidumbre en f se calcula según la fórmula

$$\Delta f = \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right) \Delta x_1 \right| + \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \Delta x_n \right|$$

- Dada una función $f(x_1, x_2, x_3 \dots, x_n)$ una función de n variables, donde cada x_i es una cantidad física a la cual se ha determinado su error o incertidumbre. El error absoluto o la incertidumbre en f se calcula según la fórmula

$$\Delta f = \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right) \Delta x_1 \right| + \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right) \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right) \Delta x_n \right|$$

- Para este caso el error relativo se calcula según

$$\delta f (\%) = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| \times 100 \%$$

Ejercicio

- Considere la función

$$f(x, y, z) = 3xy^2z$$

con $x = (5,22 \pm 0,03)$, $y = (12,5 \pm 0,05)$ y $z = (145,4 \pm 0,1)$,
determine δf .

Ejercicio

- Considere la función

$$f(x, y, z) = 3xy^2z$$

con $x = (5,22 \pm 0,03)$, $y = (12,5 \pm 0,05)$ y $z = (145,4 \pm 0,1)$, determine δf .

- Solución:

Las derivadas parciales de f están dadas por

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3y^2z, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 6xyz \quad \text{y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 3xy^2$$

Ejercicio

- Considerese la función

$$f(x, y, z) = 3xy^2z$$

con $x = (5,22 \pm 0,03)$, $y = (12,5 \pm 0,05)$ y $z = (145,4 \pm 0,1)$, determine δf .

- Solución:

Las derivadas parciales de f están dadas por

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3y^2z, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 6xyz \quad \text{y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 3xy^2$$

- De modo que

$$\Delta f = |(3y^2z) \Delta x| + |(6xyz) \Delta y| + |(3xy^2) \Delta z|$$

- El error relativo en f está dado por

$$\delta f = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \left| \left(\frac{3y^2z}{3xy^2z} \right) \Delta x \right| + \left| \left(\frac{6xyz}{3xy^2z} \right) \Delta y \right| + \left| \left(\frac{3xy^2}{3xy^2z} \right) \Delta z \right|$$

- El error relativo en f está dado por

$$\delta f = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \left| \left(\frac{3y^2z}{3xy^2z} \right) \Delta x \right| + \left| \left(\frac{6xyz}{3xy^2z} \right) \Delta y \right| + \left| \left(\frac{3xy^2}{3xy^2z} \right) \Delta z \right|$$

- Al simplificar

$$\delta f = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{2\Delta y}{y} \right| + \left| \frac{\Delta z}{z} \right|$$

- El error relativo en f está dado por

$$\delta f = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \left| \left(\frac{3y^2z}{3xy^2z} \right) \Delta x \right| + \left| \left(\frac{6xyz}{3xy^2z} \right) \Delta y \right| + \left| \left(\frac{3xy^2}{3xy^2z} \right) \Delta z \right|$$

- Al simplificar

$$\delta f = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{2\Delta y}{y} \right| + \left| \frac{\Delta z}{z} \right|$$

- Sustituyendo los valores para Δx , Δy y Δz , se tiene

$$\delta f = \left| \frac{0,03}{5,22} \right| + 2 \left| \frac{0,5}{12,5} \right| + \left| \frac{0,1}{145,4} \right|$$

- El error relativo en f está dado por

$$\delta f = \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \left| \left(\frac{3y^2z}{3xy^2z} \right) \Delta x \right| + \left| \left(\frac{6xyz}{3xy^2z} \right) \Delta y \right| + \left| \left(\frac{3xy^2}{3xy^2z} \right) \Delta z \right|$$

- Al simplificar

$$\delta f = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{2\Delta y}{y} \right| + \left| \frac{\Delta z}{z} \right|$$

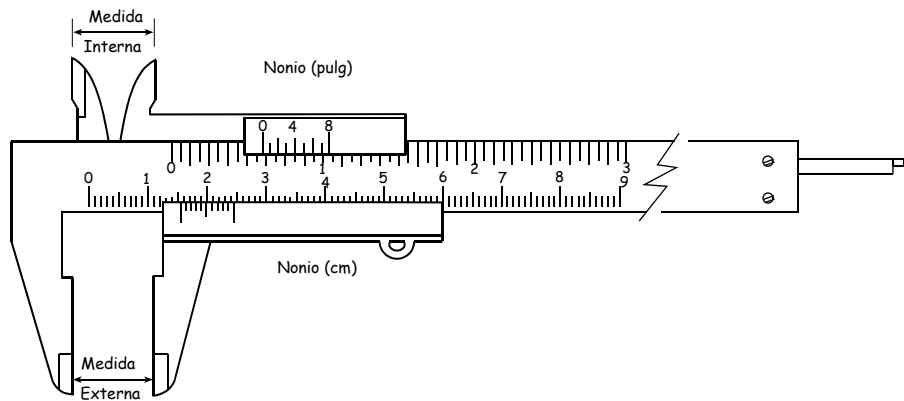
- Sustituyendo los valores para Δx , Δy y Δz , se tiene

$$\delta f = \left| \frac{0,03}{5,22} \right| + 2 \left| \frac{0,5}{12,5} \right| + \left| \frac{0,1}{145,4} \right|$$

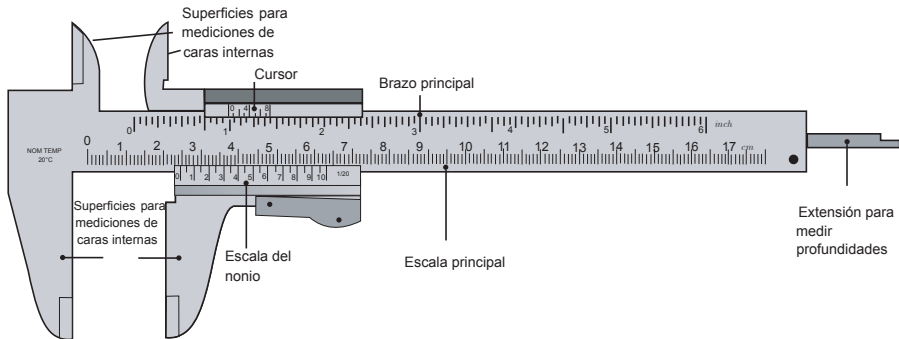
- O bien

$$\delta f (\%) = (0,6 + 8 + 0,07) \% = 9\%$$

Calibrador Vernier.

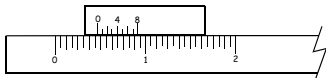
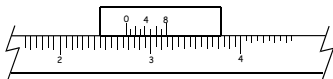
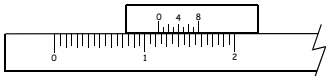
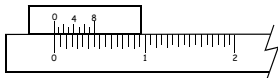


Calibrador Vernier.



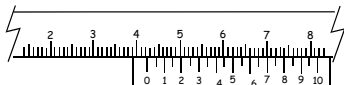
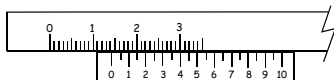
Ejercicios.

Diga el valor correspondiente a la lectura indicada



Ejercicios.

Diga el valor correspondiente a la lectura indicada



Medir indirectamente el área lateral y el volumen de un cilindro.

Procedimiento

- Tomar las medidas del diámetro y la altura del cilindro y registrarlas, registrar también el valor de la sensibilidad del aparato.

Medir indirectamente el área lateral y el volumen de un cilindro.

Procedimiento

- Tomar las medidas del diámetro y la altura del cilindro y registrarlas, registrar también el valor de la sensibilidad del aparato.
- Determinar ΔA_L mediante:

$$A_L(dh) = \pi dh \implies \Delta A_L = \left| \left(\frac{\partial A_L}{\partial d} \right) \Delta d \right| + \left| \left(\frac{\partial A_L}{\partial h} \right) \Delta h \right|$$

$$\Delta A_L = \pi (|h \cdot \Delta d| + |d \cdot \Delta h|)$$

Medir indirectamente el área lateral y el volumen de un cilindro.

Procedimiento

- Tomar las medidas del diámetro y la altura del cilindro y registrarlas, registrar también el valor de la sensibilidad del aparato.
- Determinar ΔA_L mediante:

$$A_L(dh) = \pi dh \implies \Delta A_L = \left| \left(\frac{\partial A_L}{\partial d} \right) \Delta d \right| + \left| \left(\frac{\partial A_L}{\partial h} \right) \Delta h \right|$$

$$\Delta A_L = \pi (|h \cdot \Delta d| + |d \cdot \Delta h|)$$

- Determinar δA_L (%) mediante:

$$\delta f (\%) = \left| \frac{\Delta A_L}{A_L} \right| \times 100 \%$$

- Determinar ΔV mediante:

$$V(dh) = \frac{\pi d^2 h}{4} \implies \Delta V = \left| \left(\frac{\partial V}{\partial d} \right) \Delta d \right| + \left| \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right) \Delta h \right|$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{2} \left[|(d \cdot h) \Delta d| + \left| \left(\frac{d^2}{2} \right) \Delta h \right| \right]$$

$$\delta V (\%) = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| \times 100 \%$$

- Determinar ΔV mediante:

$$V(dh) = \frac{\pi d^2 h}{4} \implies \Delta V = \left| \left(\frac{\partial V}{\partial d} \right) \Delta d \right| + \left| \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right) \Delta h \right|$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{2} \left[|(d \cdot h) \Delta d| + \left| \left(\frac{d^2}{2} \right) \Delta h \right| \right]$$

- Determinar δV (%) mediante:

$$\delta V (\%) = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| \times 100 \%$$

- Determinar ΔV mediante:

$$V(dh) = \frac{\pi d^2 h}{4} \implies \Delta V = \left| \left(\frac{\partial V}{\partial d} \right) \Delta d \right| + \left| \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right) \Delta h \right|$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{2} \left[|(d \cdot h) \Delta d| + \left| \left(\frac{d^2}{2} \right) \Delta h \right| \right]$$

- Determinar δV (%) mediante:

$$\delta V (\%) = \left| \frac{\Delta V}{V} \right| \times 100 \%$$

- Escribir los valores de A_L y V usando todo lo desarrollado en la práctica de hoy.

Enlaces de interés

- 1 <http://www.youtube.com/watch?v=Htuc2Py1vVc>
- 2 <http://www.educaplus.org/play.php?id=105&mcid=2>
- 3 <http://mmcdp.webcindario.com/piederey/virtuacalibre.htm>