

NOMBRE: \_\_\_\_\_

Realizar los siguientes dos ejercicios. Justifique cada una de sus respuestas en forma clara y precisa. El uso de teléfonos celulares durante el examen implica una nota de cero y reporte al respectivo programa. Los puntos tienen igual valoración.

- 1) Se ha comprobado que el tiempo que tardan los contribuyentes en diligenciar el formulario para la declaración de renta sigue una distribución normal con media 100 minutos y desviación estándar 30 minutos.
  - a. ¿Cuál es la probabilidad de que un contribuyente elegido al azar tarde entre 75 y 135 minutos en diligenciar este formulario?
  - b. El 15% de los contribuyentes tarda ¿más de cuantos minutos en diligenciar el formulario?
  - c. Se eligen 30 contribuyentes al azar. ¿Cuál es la probabilidad que a lo más de 25 de ellos tarde más de una hora en diligenciar el formulario?
  
- 2) Un profesor aplicó un examen compuesto de dos partes. Para un estudiante seleccionado al azar, sea  $X$  el acumulado de la nota obtenida en la primera parte y  $Y$  el acumulado de la nota obtenida en la segunda parte. Suponga que la función distribución de probabilidad conjunta de  $X$  y  $Y$  se da en la tabla siguiente.

$P(X=x, Y=y)$	$Y=0$	1	2	3
$X=0,5$	0,02	0,06	0,02	0,10
1	0,04	0,15	0,20	0,10
2	0,01	0,15	0,14	0,01

Si la calificación reportada es el total de puntos obtenidos en las dos partes, ¿cuál es la esperanza y varianza de la calificación reportada?

$$X \sim N(\mu, \sigma) \Rightarrow \frac{X - \mu}{\sigma} = Z \sim N(0; 1)$$

$$Y \sim \text{Bin}(n; p) \Rightarrow P(Y \leq a) \approx P\left(Z \leq \frac{a - np + 0,5}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

$$E(g(X)) = \sum g(x) * P(X = x), \quad \text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y), \quad \text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 * \text{Cov}(X, Y)$$