UNIVERSIDAD DEL NORTE

Barranquilla, 23-08-2018

Universidad del Norte
Departamento de matemáticas
Cálculo III
Parcial 1

Nombre y Código:____________________________________

Duración: 90 minutos

1. **(15 Ptos.)** Halle el vector tangente (**T**) de la función vectorial $\mathbf{r}(t)$ en el valor de dado de t.

$$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + \frac{t^3}{3}\mathbf{k}; \qquad t_0 = 1$$

2. **(15 Ptos.)** Halle la función vectorial $\mathbf{r}(t)$ para la condición dada.

$$\mathbf{r}'(t) = te^{-t^2}\mathbf{i} - e^{-t}\mathbf{j} + \mathbf{k}; \qquad \mathbf{r}(0) = \frac{1}{2}\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

3. **(20 Ptos.)** Una pelota de béisbol es golpeada desde 3 pies sobre el nivel del suelo a 100 pies por segundo y con un ángulo de 45° con respecto al nivel del suelo. ($g = 32 pies/seg^2$).

   a) **(5 Ptos.)** Hallar la función vectorial de la trayectoria de la pelota de béisbol.

   b) **(5 Ptos.)** Hallar la altura máxima.

   c) **(5 Ptos.)** Hallar el alcance.

   d) **(5 Ptos.)** Expresar una integral que represente la longitud de arco de la trayectoria.

SOLUCIÓN

① $r(t) = \left(t, t^2, \frac{t^3}{3}\right)$

$r'(t) = (1, 2t, t^2)$

$\|r'(t)\| = \sqrt{1+4t^2+t^4}$ $\Rightarrow$ $T(t) = \frac{1}{\sqrt{1+4t^2+t^4}}(1, 2t, t^2)$

$\Rightarrow T(1) = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, 2, 1)$

---

② $r(t) = \int t e^{-t^2} dt\ \hat{i} - \int e^{-t} dt\ \hat{j} + \int dt\ \hat{k}$

$= -\frac{1}{2} e^{-t^2}\hat{i} + e^{-t}\hat{j} + tk + \vec{c}$

si $r(0) = \left(\frac{1}{2}, -1, 1\right)$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}, -1, 1\right) = \left(-\frac{1}{2}, 1, 0\right) + \vec{c} \Rightarrow \vec{c} = (1, -2, 1)$

$\Rightarrow r(t) = \left(-\frac{1}{2} e^{-t^2} + 1\right)\hat{i} + (e^{-t} - 2)\hat{j} + (t+1)\hat{k}$

---

③ $h = 3ft$

$v = 100\ ft/s$

$\theta = 45°$

$r(t) = V_0 \cos\theta t\ \hat{i} + \left(h + V_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2\right)\hat{j}$

a) $r(t) = 100\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) t\ \hat{i} + \left(3 + 50\sqrt{2}\, t - \frac{1}{2}(32)t^2\right)\hat{j}$

b) $r'(t) = 50\sqrt{2}\ \hat{i} + (50\sqrt{2} - 32t)\ \hat{j}$

$\Rightarrow 50\sqrt{2} - 32t = 0 \Rightarrow t = \frac{50\sqrt{2}}{32} \approx 2{,}209$

$y(2{,}209) \approx 81{,}1249 \longrightarrow$ ALTURA MÁXIMA

c) $x(2{,}209) = 156{,}2493$ ALCANCE MÁXIMO

d) $3 + 50\sqrt{2}\, t - 16t^2 = 0$

$t = 4{,}4612$

$x(4{,}4612) = 315{,}4595$

$S = \int_0^{315{,}4595} \sqrt{(50\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{2} - 32t)^2}\ dt$