

**A**

**Instrucciones generales:** Durante el examen no está permitido: Hablar con sus compañeros, prestar materiales, el uso de calculadoras, notas de clases, textos, ni aparatos electrónicos. La posesión de un celular es causal de anulación. El tiempo máximo para realizar el examen es de 100 minutos.

- (I) (10 Puntos) Indique si la proposición dada es falsa o verdadera.
- (1) (     ) La intersección del cilindro  $x^2 + z^2 = 1$  con el plano  $xy$  es una circunferencia
  - (2) (     ) La ecuación  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  corresponde a una esfera
  - (3) (     ) La ecuación  $y = x^2$  representa en el espacio una parábola
  - (4) (     ) Toda esfera es un elipsoide
  - (5) (     ) El centro de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$  es  $(0, 0, 1)$
  - (6) (     ) El radio de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$  es 1
  - (7) (     ) El vector tangente a la curva  $r(t) = (\cos t, \sin t)$  en  $t = 0$  es  $\hat{j}$
  - (8) (     ) La curvatura de una recta depende de su pendiente
  - (9) (     ) La curvatura de una circunferencia es inversamente proporcional a su radio
  - (10) (     ) La curva  $y^2 = x^3$  no es suave en  $(0,0)$
- (II) (15 Puntos) Suponga que una partícula se mueve según la función de posición dada por

$$r(t) = t^2\hat{i} + (t^3 - 3t)\hat{j} + (t^2 - 5t)\hat{k}.$$

Indique en cada caso la respuesta correcta.

- (1) La partícula pasa por el plano  $xy$  en el instante  $t$  igual a
- a) 1
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 4
  - e) 5
- (2) La velocidad de la partícula en  $t = 0$  es el vector
- a)  $(0, 0, 0)$
  - b)  $(0, 3, 5)$
  - c)  $(0, -3, 5)$
  - d)  $(0, -3, -5)$
  - e)  $(1, 3, 5)$

(3) La aceleración de la partícula en  $t = 0$  es el vector

- a)  $(0, 0, 0)$
- b)  $(2, 0, 2)$
- c)  $(-2, 0, 2)$
- d)  $(2, 0, -2)$
- e)  $(-2, 0, -2)$

(III) (15 Puntos) Suponga que una partícula se mueve según la función de posición dada por

$$r(t) = 2 \cos t \hat{i} + 2 \sin t \hat{j} + t\hat{k}.$$

Indique en cada caso la respuesta correcta.

(1) El vector tangente unitario en  $t = \pi$  es

- a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, 1)$
- b)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, 2, 1)$
- c)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, -1)$
- d)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, 2, -1)$
- e)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, \pi)$

(2) El vector normal unitario en  $t = \pi$  es

- a)  $(0, 0, 0)$
- b)  $\hat{i}$
- c)  $-\hat{i}$
- d)  $\hat{k}$
- e)  $-\hat{k}$

(3) La curvatura en  $t = \pi$  es

- a)  $2/5$
- b)  $5/2$
- c)  $1$
- d)  $2$
- e) Ninguna anterior

(IV) (10 Puntos) Hallar la función longitud de arco para el segmento de recta dado por

$$r(t) = (3 - 3t) \hat{i} + 4t\hat{j} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

y exprese  $r$  como función del parámetro  $s$ .

**Importante:** Para obtener la puntuación máxima en cada ejercicio (salvo el punto I) debe justificar formalmente sus argumentos en la hoja cuadriculada. Respuestas sin justificaciones no serán consideradas.

Universidad del Norte  
Departamento de Matemáticas y Estadística  
Examen parcial 1 - Cálculo 3 - 2018 - 30  
**B**

**Instrucciones generales:** Durante el examen no está permitido: Hablar con sus compañeros, prestar materiales, el uso de calculadoras, notas de clases, textos, ni aparatos electrónicos. La posesión de un celular es causal de anulación. El tiempo máximo para realizar el examen es de 100 minutos.

(I) (10 Puntos) Indique si la proposición dada es falsa o verdadera.

- (1) (     ) La intersección del cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  con el plano  $xy$  es una circunferencia
- (2) (     ) La ecuación  $2x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  corresponde a una esfera
- (3) (     ) La ecuación  $y = x^2$  representa en el espacio una parábola
- (4) (     ) Todo elipsoide es una esfera
- (5) (     ) El centro de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$  es  $(0, 0, 2)$
- (6) (     ) El radio de la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$  es 2
- (7) (     ) El vector tangente a la curva  $r(t) = (\cos t, \sin t)$  en  $t = \pi$  es  $-\hat{i}$
- (8) (     ) La curvatura de una recta es cero
- (9) (     ) La curvatura de una circunferencia es directamente proporcional a su radio
- (10) (     ) La curva  $y^2 = x^3$  es suave en  $(0,0)$

(II) (15 Puntos) Suponga que una partícula se mueve según la función de posición dada por

$$r(t) = 2 \cos t \hat{i} + 2 \sin t \hat{j} + t\hat{k}.$$

Indique en cada caso la respuesta correcta.

(1) El vector tangente unitario en  $t = \pi$  es

- a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, 1)$
- b)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, 2, 1)$
- c)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, -1)$
- d)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, 2, -1)$
- e)  $\frac{1}{\sqrt{5}}(0, -2, \pi)$

(2) El vector normal unitario en  $t = \pi$  es

- a)  $(0, 0, 0)$
- b)  $\hat{i}$
- c)  $-\hat{i}$
- d)  $\hat{k}$

e)  $-\hat{k}$

(3) La curvatura en  $t = \pi$  es

a)  $2/5$

b)  $5/2$

c) 1

d) 2

e) Ninguna anterior

(III) (15 Puntos) Suponga que una partícula se mueve según la función de posición dada por

$$r(t) = t^2\hat{i} + (t^3 - 3t)\hat{j} + (t^2 - 5t)\hat{k}.$$

Indique en cada caso la respuesta correcta.

(1) La partícula pasa por el plano  $yz$  en el instante  $t$  igual a

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 0

(2) La velocidad de la partícula en  $t = 0$  es el vector

a)  $(0, 0, 0)$

b)  $(0, 3, 5)$

c)  $(0, -3, 5)$

d)  $(0, -3, -5)$

e)  $(1, 3, 5)$

(3) La aceleración de la partícula en  $t = 0$  es el vector

a)  $(0, 0, 0)$

b)  $(2, 0, 2)$

c)  $(-2, 0, 2)$

d)  $(2, 0, -2)$

e)  $(-2, 0, -2)$

(IV) (10 Puntos) Hallar la función longitud de arco para el segmento de recta dado por

$$r(t) = (1 - 3t)\hat{i} + 4t\hat{j} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

y exprese  $r$  como función del parámetro  $s$ .

**Importante:** Para obtener la puntuación máxima en cada ejercicio (salvo el punto I) debe justificar formalmente sus argumentos en la hoja cuadriculada. Respuestas sin justificaciones no serán consideradas.