

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
SEGUNDO PARCIAL DE ÁLGEBRA LINEAL 1
4 DE OCTUBRE DE 2018

Nombre: _____

TIEMPO MÁXIMO: 90 minutos

Este es un examen individual. No se permite el uso de libros, apuntes o cualquier dispositivo electrónico como celulares, audífonos, relojes, etc., excepto su calculadora normal.

El teléfono celular debe estar apagado o en modo avión y guardado.

El desacato de estas instrucciones será motivo de anulación del examen.

Toda respuesta sin procedimiento se considera incompleta.

Sugerencia: Empiece resolviendo aquellos ejercicios que considere que le tomarán menos tiempo.

(Puntuación)

1. Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halle la matriz inversa A^{-1} .

(1 punto)

b) Resuelva las siguientes ecuaciones matriciales:

(1 punto)

(i) $A^T x^T = b_1$, (ii) $A^{-1}Y = B_2$,

Donde

$$x^T = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Suponga que sabemos de la matriz $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ que $\det(A) = 8$.

Calcule los determinantes de las siguientes matrices:

(2 puntos)

(i) $\begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, (ii) $\sqrt[3]{3}A$, (iii) $\begin{pmatrix} -3a_{21} & -3a_{22} & -3a_{23} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \\ 5a_{11} & 5a_{12} & 5a_{13} \end{pmatrix}$, (iv) $((-\frac{1}{3}A)^T)^{-1}$

3. a) Halle los valores de $q \in \mathbb{R}$ para los cuales la matriz $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ **NO** es invertible:

(0.7 puntos)

$$A = \begin{pmatrix} -q & q-1 & q+1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2-q & q-3 & q+7 \end{pmatrix}$$

b) Escoja un valor de $q \in \mathbb{R}$ para el cual la matriz A **SI** es invertible, y halle A^{-1} para ese valor de q (no puede escoger el mismo q de sus compañeros alrededor.)

(0.3 puntos)