

Ejemplo 2.3.4 El rector de una institución educativa en la ciudad de Barranquilla afirma que los puntajes en las pruebas Saber 11 de los estudiantes de grado 11 de su institución están normalmente distribuidas con una media 75 y desviación estándar de 10. Un experto en educación quiere verificar si la afirmación sobre el promedio es válida, para ello toma una muestra aleatoria simple de 25 estudiantes de grado 11 de esa institución. Si la media fue 71 ¿Qué debe concluir el experto? Justifique estadísticamente su respuesta.

Solución:

Sea $X \equiv$ el puntaje de un estudiante en la prueba Saber 11.

Si la afirmación del rector es válida, o sea $\mu = 75$, se esperaría que el resultado obtenido por el experto en la muestra para el promedio no esté distante 75, así para dar respuesta

a la pregunta, basta ver si el valor de 71 para la media en la muestra de tamaño 25 no está en la cola de la distribución de la variable \bar{X} que está normalmente distribuida con $\mu = 75$, y $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

Calculemos inicialmente $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$

Por lo que $P(\bar{X} \leq 71) = P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{71-75}{2}\right)$

$= P(Z \leq -2.0) = 0.028 < 0.05$

De acuerdo al resultado obtenido, parece que la afirmación del rector no es válida.