UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística

Estadística II para Administración de Empresas

Barranquilla – Colombia

SEGUNDO PARCIAL

Nombre: ____ **Fecha:** ______________________

<u>Léalo Importante</u>: Para cada uno de los siguientes problemas debe mostrar todos sus cálculos. La omisión de los anteriores les restará puntos. NO habrá PRÉSTAMO alguno de calculadoras u hojas de fórmulas a sus compañeros (es responsabilidad de cada uno traer su propio material). NO podrá sacar el CELULAR durante el examen en lo absoluto, NI tampoco tener sus PERTENENCIAS (bolso, cartera o similar) cercano a su cuerpo, pues lo tomaré como mecanismo de PLAGIO. De lo contrario tomaré las medidas pertinentes al caso. Además, NO podrá hacer ningún tipo de PREGUNTA con respecto al examen.

1. [2 puntos] La varianza calculada de los puntajes en lectura de 25 estudiantes de tercer grado del sistema escolar A, obtenidos durante 10 años, es de 1.44. Una muestra aleatoria de 21 estudiantes de tercer grado de otro sistema escolar B con quienes se practicó la misma prueba de lectura, arrojó una varianza de 1.05. Calcule un intervalo de confianza de 98% para la razón de desviación típica para de ambos puntajes. ¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente como para concluir, que los puntajes de los alumnos de tercer grado del sistema B son menos variables que los del sistema A? Asuma, además, que los datos provienen de una distribución normal.

<u>Solución</u>

<table>
<tr><th colspan="2">1: Datos</th><th>2: Supuestos</th></tr>
<tr><td>1: Sistema Escolar A</td><td>2: Sistema Escolar B</td><td rowspan="3">✓ Distribución de ambas poblaciones Normales.
✓ Distribución muestral F de Fisher con $v_1 = 25 - 1 = 24 \; grados \; de \; libertad \;\; y$ $v_2 = 21 - 1 = 20 \; grados \; de \; libertad,$ para la razón de varianzas poblacionales.</td></tr>
<tr><td>$n_1 = 25$

$s_1^2 = 1.44$</td><td>$n_2 = 21$

$s_2^2 = 1.05$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$Nivel \; de \; significancia: \alpha = 0.02$</td></tr>
<tr><th colspan="2">3: Cálculos</th><th>4: Conclusión</th></tr>
<tr><td colspan="2">$$\frac{1.44}{1.05} \cdot \frac{1}{F_{0.01}(24,20)} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{1.44}{1.05} \cdot F_{0.01}(20,24)$$
$$\frac{1.44}{1.05} \cdot \frac{1}{2.86} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{1.44}{1.05} \cdot 2.74$$
$$0.4795 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 3.758$$
$$\mathbf{0.6925} < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < \mathbf{1.938}$$</td><td>A un nivel de confianza del 98%, se estima que, la razón de desviación típica para ambos puntajes está entre 0.6925 y 1.938. Ahora, como el 1 dentro del Intervalo de Confianza, se puede decir estadísticamente, que no hay diferencia entre sus desviaciones estándar poblacionales. Por lo tanto, hay evidencia suficiente como para concluir que los puntaje de los alumnos de tercer grado del sistema B NO son menos variables que los del sistema A.</td></tr>
</table>

2. **[1 punto]** Un agrónomo mide el contenido promedio de humedad en cierta variedad de trigo que fue secado especialmente en una muestra de 16 toneladas, de la cuales se obtuvo una media de 7.2% con una desviación estándar de 0.23%. Si el promedio de la humedad excede de 7.1%, el proceso de secado debe continuar. Halle un Intervalo de confianza del 99% para el promedio de humedad de dicha variedad de trigo. ¿Deberá continuarse con el proceso de secado, de acuerdo con esta evidencia? Asuma que los datos siguen una distribución normal.

<u>Solución</u>

1: Datos	2: Supuestos
$\mu = 7.2$ $s = 0.23$ $n = 16$ $\alpha = 0.01$	✓ Distribución poblacional Normal. ✓ Varianza poblacional desconocida. ✓ Tamaño muestral menor que 30. ✓ Distribución muestral **t de Student** para la media poblacional.
3: Cálculos	**4: Conclusión**
$7.2 - t_{0.005(15)} \cdot \frac{0.23}{\sqrt{16}} < \mu < 7.2 + t_{0.005(15)} \cdot \frac{0.23}{\sqrt{16}}$ $7.2 - 2.947 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{16}} < \mu < 7.2 + 2.947 \cdot \frac{0.23}{\sqrt{16}}$ $\mathbf{7.03} < \mu < \mathbf{7.37}$	A un nivel de confianza del 99%, se estima que, el promedio de humedad de dicha variedad de trigo está entre 7.03% y 7.37%. Ahora, como el promedio de la humedad excede de 7.1% de acuerdo al IC, entonces el proceso de secado debe continuar.

3. **[2 puntos]** En un estudio sobre los efectos de la planificación en el rendimiento financiero de los bancos, se extrajo una muestra aleatoria de seis instituciones financieras que contaban con un sistema de planificación normal, y se comprobó que el porcentaje medio anual de crecimiento de los ingresos netos en dicha muestra era de 9.9% con una desviación típica de 7.4%. La media de dicho crecimiento en otra muestra aleatoria independiente de nueve bancos que no recurrirían a la planificación fue de 2.1% con una desviación típica de 10.8%. Suponiendo que las dos poblaciones son normales y tienen la misma varianza. Calcular un intervalo de confianza del 90% para la diferencia del porcentaje medio anual de crecimiento de los ingresos netos. ¿Qué se puede decir de ambas poblaciones?

<u>Solución</u>

<table>
<tr><th colspan="2">1: Datos</th><th>2: Supuestos</th></tr>
<tr><td>1: Con sistema de Planificación.</td><td>2: Sin sistema de planificación.</td><td rowspan="3">✓ Distribución de ambas poblaciones Normales.
✓ Varianzas poblacionales desconocidas e iguales.
✓ Tamaños muestrales menores que 30.
✓ Distribución muestral t de Student con $v = 6 + 9 - 2 = 13\ grados\ de\ libertad$ para la diferencia de medias poblacionales.</td></tr>
<tr><td>$\bar{x}_1 = 9.9$
$s_1 = 7.4$
$n_1 = 6$</td><td>$\bar{x}_2 = 2.1$
$s_2 = 10.8$
$n_2 = 9$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$Nivel\ de\ significancia: \alpha = 0.10$</td></tr>
<tr><th colspan="3">3: Cálculos</th></tr>
<tr><td colspan="3">En primera instancia se calcula la varianza muestral combinada S^2:

$$S^2 = \frac{(6-1)\cdot 7.4^2 + (9-1)\cdot 10.8^2}{6+9-2} = 92.84$$
$$(9.9-2.1) - t_{0.05(13)} \cdot \sqrt{\frac{92.84}{6} + \frac{92.84}{9}} < \mu_1 - \mu_2 < (9.9-2.1) + t_{0.05(13)} \cdot \sqrt{\frac{92.84}{6} + \frac{92.84}{9}}$$
$$(9.9-2.1) - 1.771 \cdot \sqrt{\frac{92.84}{6} + \frac{92.84}{9}} < \mu_1 - \mu_2 < (9.9-2.1) + 1.771 \cdot \sqrt{\frac{92.84}{6} + \frac{92.84}{9}}$$
$$\mathbf{-1.194} < \mu_1 - \mu_2 < \mathbf{16.793}$$</td></tr>
<tr><th colspan="3">4: Conclusión</th></tr>
<tr><td colspan="3">A un nivel de confianza del 90%, se estima que, la diferencia del porcentaje medio anual de crecimiento de los ingresos netos está entre 0% y 16.8%. Ahora, como el 0 está dentro del Intervalo de Confianza, se puede decir estadísticamente, que no hay diferencia entre sus medias poblacionales. Por lo tanto, NO hay evidencia suficiente como para concluir que haya diferencias entre las instituciones financieras que cuentan con un sistema de planificación normal y las que no cuentan con dicho sistema; por lo que los efectos de la planificación en el rendimiento financiero de los bancos sería el mismo.</td></tr>
</table>