

Sea P la variable proporción de docentes en la muestra que tienen título de maestría y K el número de docentes con título de maestría.

Como $k = 60$, $n = 150$ y $N = 1150$, entonces $p = \frac{60}{150} = 0.4$

Si suponemos que el porcentaje de docentes con título de maestría en la población es $\pi = 0.6$, el resultado obtenido en la muestra debería ser un valor cercano a π , de no ser así, nuestra suposición tendría una alta probabilidad de ser falsa. Para determinar el grado de veracidad de nuestra suposición, basta ver qué tan distante está este valor de P del valor supuesto para Π . Para eso, es suficiente calcular el área a la izquierda de 0.4 , como se hizo en el ejemplo anterior, es decir,

$$P(P \leq 0.4)$$

Como $n\pi = 150 * 0.6 = 90$ y $n(1 - \pi) = 150 * (1 - 0.6) = 60$, son mayores que cinco, entonces se puede aplicar el teorema 2.3.4 sobre P para calcular la probabilidad pedida.

Antes, calculemos la desviación estándar de P , σ_P

Como la población es finita, se debe analizar primero el cociente $\frac{n}{N} = \frac{150}{1150} = 0.13 > 0.05$, por lo que

$$\sigma_P^2 = \frac{\pi(1 - \pi) N - n}{n(N - 1)} = \frac{0.6 * (1 - 0.6) 1150 - 150}{150 * 1149} = \frac{0.24 * 1000}{150 * 1149} = 0.00139$$

$$\text{y } \sigma_P = \sqrt{0.00139} = 0.0373$$

Utilizando un procedimiento análogo al de los ejemplos anteriores, se tiene que

$$\begin{aligned} P(P \leq 0.4) &= P\left(Z \leq \frac{0.4 - 0.6}{0.0373}\right) \\ &= P(Z \leq -5.362) = 0 \end{aligned}$$

entonces $P(P \leq 0.4) = 0 < 0.05$, lo cual quiere decir que este valor de $p = 0.4$ está en el 5% de la cola inferior de la distribución de la variable P , es decir, es muy poco probable que de una población con un 60% de docentes con título de maestría se obtenga una muestra aleatoria simple de docentes en el que el porcentaje con título de maestría sea tan bajo como este de 40%. Al ser este el resultado en la muestra tomada ($p = 0.4$), lo que debe ser falso es lo que se supuso en principio, o sea $\pi = 0.6$, por lo que el porcentaje de docentes con título de maestría en ese distrito debe ser menor al 60%.