

1. Un depósito contiene 167 litros de agua, se abre un grifo que tiene un caudal de 12 litros por minuto. Construya una función lineal que represente la situación. Cuando hayan transcurrido 8 minutos, ¿qué cantidad de agua contendrá el depósito? Si el depósito tiene una capacidad de 350 litros, ¿cuántos minutos deben transcurrir para que el depósito se llene?
2. Dos rectas paralelas pasan una por $(4, -6)$ y la otra por $(-3, 0)$, estas rectas son perpendiculares a la recta $y = \frac{5}{6}x - 1$. Hallar la ecuación de cada una. ¿En qué punto cortan cada una de estas rectas a la recta $y = \frac{5}{6}x - 1$?
3. Un objeto sigue una trayectoria a lo largo de una línea recta, en algún momento se encuentra en la posición $(3, 5)$ y en otro momento en la posición $(5, 3)$. ¿Podrá este objeto pasar en algún momento por la posición $(7, 11)$? ¿Por qué sí o por qué no?
4. Al descender por una rampa, por cada 2 metros que se descienden, se desplaza horizontalmente 5 metros. Exprese la pendiente de esta rampa en términos de porcentaje. Cuando se han descendido 7 metros, ¿qué distancia se habrá recorrido horizontalmente?

Solución

1. Al depósito entran 12 litros por minuto, la cantidad de agua que habrá en cualquier momento es función lineal del tiempo, como al momento de abrir el grifo hay 167 litros de agua, la función que modela la cantidad de agua es,

$$c(t) = 167 + 12t$$

La cantidad de agua, 8 minutos después de abrir el grifo sera:

$$c(8) = 167 + 12 \times 8 = 263$$

Cuando el depósito se llena, $167 + 12t = 350$, entonces $t = \frac{350-167}{12} = 15.25$ minutos, esto es equivalente a quince minutos y quince segundos.

2. Las rectas que pasan por $(4, -6)$ y por $(-3, 0)$ son perpendiculares a la recta $y = \frac{5}{6}x - 1$, luego la pendiente de ambas será $-\frac{6}{5}$. La ecuación para estas rectas será de la forma

$$y = -\frac{6}{5}x + b$$

Para determinar el valor de b de cada una de la rectas, usamos el punto por donde pasa cada una, para la recta que pasa por $(4, -6)$

$$\begin{aligned} -6 &= -\frac{6}{5} \times 4 + b \Rightarrow \\ -6 + \frac{24}{5} &= b, b = \frac{-6}{5} \end{aligned}$$

La ecuación de esta recta es

$$y = \frac{-6}{5}x - \frac{6}{5}$$

para la recta que pasa por $(-3, 0)$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{-6}{5} \times -3 + b \Rightarrow \\ 0 - \frac{18}{5} &= b, b = \frac{-18}{5} \end{aligned}$$

La ecuación de esta recta es

$$y = \frac{-6}{5}x - \frac{18}{5}$$

3. Si la trayectoria del objeto es una línea recta que por los puntos de coordenadas $(3, 5)$ y $(5, 3)$ la pendiente de esta recta será $\frac{5-3}{3-5} = -1$. Si la recta pasa por un punto de coordenadas (a, b) , debe ocurrir que $\frac{5-b}{3-a} = -1$ o que $\frac{3-b}{5-a} = -1$, si esta relación se cumple para $(7, 11)$ la recta pasará por este punto, en caso contrario, no, veamos: $\frac{3-11}{5-7} = \frac{-8}{-2} = 4, 4 \neq -1$, la recta no pasa por $(7, 11)$
4. La pendiente de una recta se define como el cambio en la dirección vertical con relación al cambio en la dirección horizontal, si por cada 2 metros que se descienden, se desplaza horizontalmente 5 metros, este cambio sería $-\frac{2}{5}$ (se considera negativo porque hay descenso), para expresar este cambio como un porcentaje se puede escribir la proporción

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5} &= \frac{y}{100} \Rightarrow \\ y &= -\frac{2}{5} \times 100 = -40 \end{aligned}$$

Que nos dice que cuando se avanza en sentido horizontalmente cien metros, se descienden verticalmente, 40, la pendiente tiene una inclinación del 40%. Al descender siete metros, la relación entre el cambio horizontal y el vertical es:

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5} &= \frac{-7}{x} \Rightarrow \\ x &= -\frac{5}{2} \times -7 = 17.5 \end{aligned}$$

Se avanzan 17.5 metros en sentido horizontal.