

SOLUCION Y GUIA DE CALLIFICACION

5174

A

1. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación:

- Aplica propiedades de las funciones logarítmicas o exponenciales para resolver ecuaciones. (2.5)
- Usa correctamente la función logaritmo o la función exponencial para facilitar el despejar incógnitas en una ecuación. (2.5)

$$e^{4x}e^{-2x+1} = 2 \Rightarrow e^{2x+1} = 2 \Rightarrow \ln(e^{2x+1}) = \ln(2) \Rightarrow (2x + 1) \ln e = \ln 2 \Rightarrow 2x + 1 = \ln 2 \Rightarrow x = \frac{\ln(2) - 1}{2}$$

2. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación

- Traduce a al lenguaje matemático, usando el concepto de función, expresiones verbales en diferentes contextos (geométricos, físicos, económicos, etc) (2.5)
Usa el lenguaje y la simbología de las funciones para plantear ecuaciones que permitan resolver problemas (2.5)

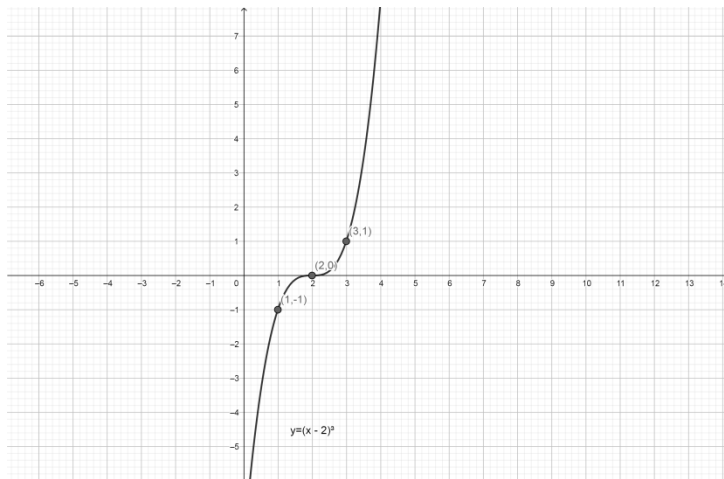
a) $C(q) = 850 + 3q$

b) Si $C(q) = 1600 \Rightarrow 850 + 3q = 1600 \Rightarrow 3q = 750 \Rightarrow q = 250$

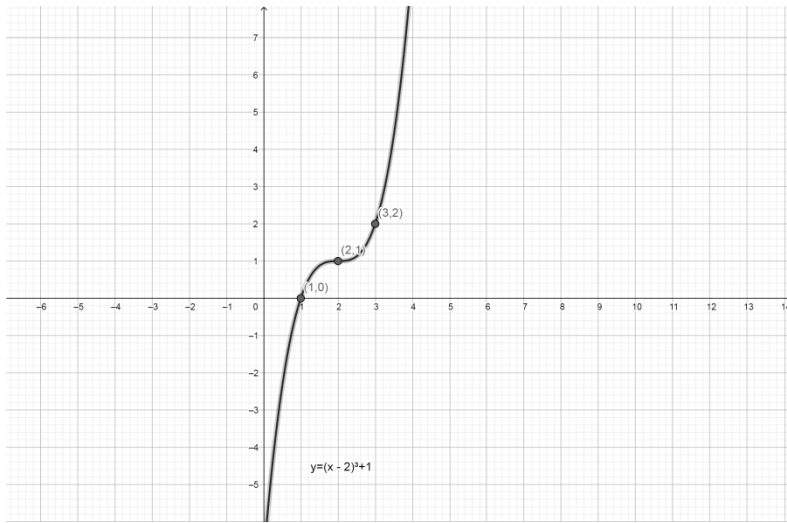
3. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación

- Traza la gráfica de una función usando transformaciones rígidas sobre una grafica básica dada. (2.5)



- Traza la gráfica de una función usando transformaciones rígidas sobre una grafica básica dada. (2.5)



Nota Traza correctamente la (s) grafica(s) pero no muestra las coordenadas finales de los puntos de referencia en las gráficas, se penalizará con 0.5 por cada transformación

4. Valor 5 puntos

- Halla la función inversa de funciones 1 a 1 donde la variable x se pueda despejar en función de la variable y (Valor 1.5 puntos)

Nota Despeja bien pero no simboliza adecuadamente el resultado (valor 1 punto)

- Reconoce las relaciones entre los dominios y los rangos de la función y su inversa. (Valor 1 punto)
- Sabe realizar correctamente la composición de dos funciones. (Valor 2.5 puntos)

Nota : reemplaza bien pero no logra simplificar (valor 1 punto)

$$\text{Si } y = \frac{x+2}{x-3} \Rightarrow yx + 3y = 3y + 2 \Rightarrow x(y-1) = 3y + 2 \Rightarrow x = \frac{3y+2}{y-1} \Rightarrow$$

$$y = \frac{3x+2}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{x-1}$$

$$\text{Dom}(f) = \text{Rang}(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{3\} \quad \text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rang}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f[f^{-1}(x)] = f\left(\frac{3x+2}{x-1}\right) = \frac{\frac{3x+2}{x-1} + 2}{\frac{3x+2}{x-1} - 3} = \frac{\frac{3x+2+2x-2}{x-1}}{\frac{3x+2-3x+3}{x-1}} = \frac{5x}{5} = x$$

SOLUCION Y GUIA DE CALLIFICACION

5176

A

1. Valor 5 puntos.

Criterio de evaluación.

- Aplica propiedades de las funciones logarítmicas o exponenciales para resolver ecuaciones. (2.5)
- Usa correctamente la función logaritmo o la función exponencial para facilitar el despejar incógnitas en una ecuación. (2.5)

$$\frac{e^{4x}}{e^{-2x+1}} - 4 = 0 \Rightarrow e^{6x-1} = 4 \Rightarrow \ln(e^{6x-1}) = \ln 4 \Rightarrow (6x - 1) \ln e = \ln 4 \Rightarrow 6x - 1 = \ln 4 \Rightarrow x = \frac{\ln(4) + 1}{6}$$

2. Valor 5 puntos

Criterio de evaluación

- Sabe realizar correctamente la composición de dos funciones. (Valor 2.5 puntos)

Nota: reemplaza bien pero no logra simplificar al máximo (valor 2 puntos)

- Halla el dominio de una composición de funciones usando de manera correcta la definición (Valor 2.5 puntos)

Nota: Usa la definición pero no es capaz de analizar correctamente la situación (0.5 puntos)

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{x+3}{x-1}\right) = \frac{\frac{x+3}{x-1} + 2}{\frac{x+3}{x-1} - 3} = \frac{\frac{x+3+2x-2}{x-1}}{\frac{x+3-3x+3}{x-1}} = \frac{3x+1}{6-2x}$$

$$Dom(f \circ g) = \{x \in Dom(g) | g(x) \in Dom(f)\} = \left\{x \in \mathbb{R} - \{1\} \mid \frac{x+3}{x-1} \in \mathbb{R} - \{3\}\right\}$$

$$Si \frac{x+3}{x-1} = 3 \Rightarrow x+3 = 3x-3 \Rightarrow 6 = 2x \Rightarrow x = 3$$

$$Por tanto Dom(f \circ g) = \mathbb{R} - \{1\} - \{3\} = \mathbb{R} - \{1,3\}$$

3. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación.

- Traduce al lenguaje matemático, usando el concepto de función, expresiones verbales en diferentes contextos (geométricos, físicos, económicos, etc) (5 puntos)

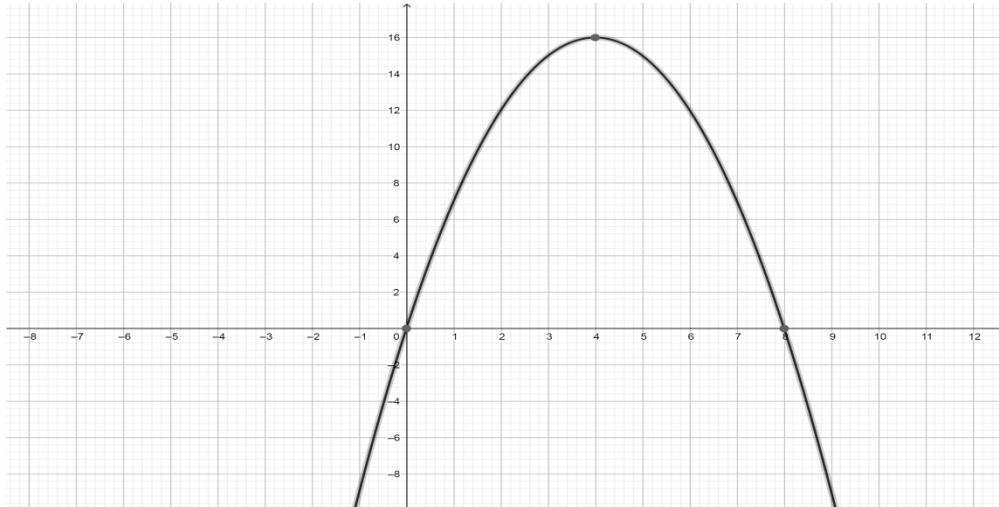
$$x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}, \quad A = \pi r^2 \Rightarrow A(x) = \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4\pi^2} = \frac{x^2}{4\pi}$$

4. Valor 5 puntos.

Criterios de Evaluación.

- Restringe dominios de funciones que no son 1ª 1 para construir funciones que conserven el rango pero que si sean 1 a 1 (2 puntos)
- Halla la función inversa de funciones 1 a 1 donde la variable x se pueda despejar en función de la variable y (2 puntos)
- Reconoce las relaciones entre los dominios, los rangos y las gráficas de la función y su inversa. (1 punto)

Si $f(x) = -x^2 + 8x$, el vertice es $V(4,16)$ y la parábola abre hacia abajo.



Una restricción que conserve el rango de la función dada y que sea 1 a 1 es:

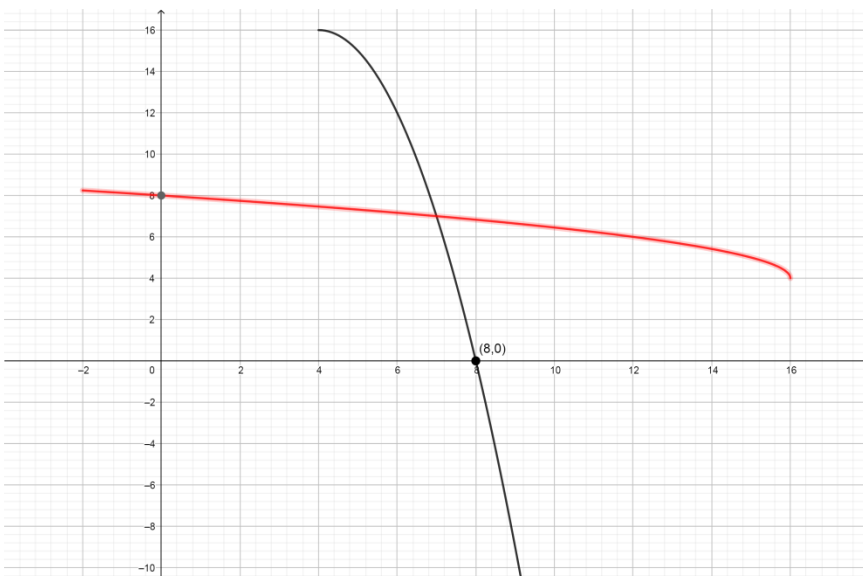
$$f_C : [4, \infty) \rightarrow (-\infty, 16]$$

$$x \rightarrow y = f_C(x) = -x^2 + 8x$$

$$y = -x^2 + 8x \Rightarrow x^2 - 8x + y = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4y}}{2}. \text{ Como } y = 0 \text{ cuando } x = 8 \Rightarrow$$

$$x = \frac{8 + \sqrt{64 - 4y}}{2} \Rightarrow y = \frac{8 + \sqrt{64 - 4x}}{2} \Rightarrow f_C^{-1}(x) = \frac{8 + \sqrt{64 - 4x}}{2} = 4 + \sqrt{16 - x}$$

$$\text{dom}(f_C) = \text{rang}(f_C^{-1}) = [4, \infty) \quad \text{y} \quad \text{dom}(f_C^{-1}) = \text{rang}(f_C) = (-\infty, 16]$$



SOLUCION Y GUIA DE CALLIFICACION

5175

B

1. Valor 5 puntos

Criterio de evaluación.

- Aplica propiedades de las funciones logarítmicas o exponenciales para resolver ecuaciones. (2.5)
- Usa correctamente la función logaritmo o la función exponencial para facilitar el despejar incógnitas en una ecuación. (2.5)

$$\log_4(x + 3) = 2 - \log_4(x - 3) \Rightarrow \log_4(x + 3) + \log_4(x - 3) = 2 \Rightarrow \log_4(x^2 - 9) = 2 \Rightarrow x^2 - 9 = 4^2 \Rightarrow x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (x^2 - 5)(x^2 + 5) = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ o } x = -5. \text{ Como } x + 3 > 0 \text{ y } x - 3 > 0 \Rightarrow x = 5$$

2. Valor 5 puntos.

Criterios de evaluación.

- Determina asíntotas horizontales, verticales u oblicuas en funciones racionales.
- Halla intersecciones con los ejes x e y de funciones
- Diseña tabla de valores adecuada como un insumo para bosquejar la gráfica de una función.
- Interpreta gráficamente la propiedad de ser par o impar de una función

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{4, -3\}$$

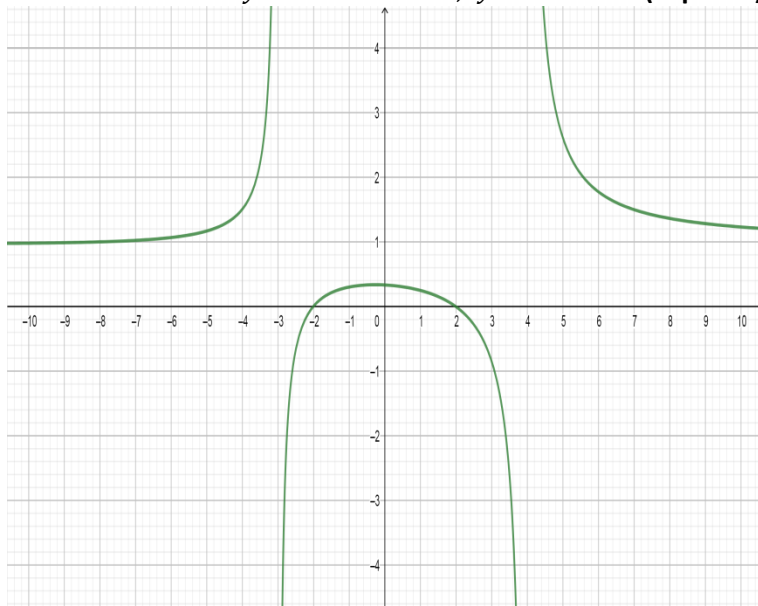
$$\text{Intersección eje } y, y = f(0) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow (0, 1/3) \text{ es el intersección con el eje } y$$

$$\text{Intersección(s) eje } x, 0 = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 12} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 4)(x + 3)} \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ o } x = -2 \Rightarrow$$

(2,0) y (-2,0) son los intersecciones con el eje x (1.5 puntos)

$$\text{Simetrías, } f(-x) = \frac{(-x)^2 - 4}{(-x)^2 - (-x) - 12} = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 12} \neq \begin{cases} f(x) \\ -f(x) \end{cases} \Rightarrow \text{la gráfica de } f \text{ no es simétrica ni con el eje } y \text{ ni con el origen (1 punto)}$$

Asíntotas. $x = 4$ y $x = -3$ son AV, $y = 1$ es AH (1 punto)

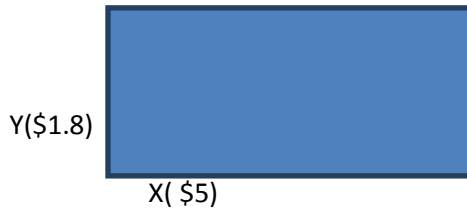


(1.5 puntos)

3. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación.

- Traduce al lenguaje matemático, usando el concepto de función, expresiones verbales en diferentes contextos (geométricos, físicos, económicos, etc) (valor 5 puntos)



$$xy = 900 \text{ y } C(x, y) = 2x(5) + 2y(1.8) = 10x + 3.6y, \quad \text{pero } y = \frac{900}{x} \Rightarrow C(x) = 10x + 3.6\left(\frac{900}{x}\right) \Rightarrow$$

$$C(x) = 10x + \frac{3240}{x}$$

4. Valor 5 puntos

Criterios de evaluación

- Halla la función inversa de funciones 1 a 1 donde la variable x se pueda despejar en función de la variable y (Valor 1.5 puntos)

Nota Despeja bien pero no simboliza adecuadamente el resultado (valor 1 punto)

- Reconoce las relaciones entre los dominios y los rangos de la función y su inversa. (Valor 1 punto)
- Sabe realizar correctamente la composición de dos funciones. (Valor 2.5 puntos)

Nota : reemplaza bien pero no logra simplificar (valor 1 punto)

$$y = \frac{3x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = 3x + 2 \Rightarrow yx - 3x = y + 2 \Rightarrow x(y - 3) = y + 2 \Rightarrow x = \frac{y + 2}{y - 3} \Rightarrow$$

$$y = \frac{x + 2}{x - 3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$Domf = Rangf^{-1} = \mathbb{R} - \{1\} \text{ y } Domf^{-1} = Rangf = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f[f^{-1}(x)] = f\left(\frac{x + 2}{x - 3}\right) = \frac{3\left(\frac{x + 2}{x - 3}\right) + 2}{\left(\frac{x + 2}{x - 3}\right) - 1} = \frac{\frac{3x + 6 + 2x - 6}{x - 3}}{\frac{x + 2 - x + 3}{x - 3}} = \frac{5x}{5} = x$$