

La siguiente es la prueba correspondiente a la Fase I de las olimpiadas matemáticas OMU 2017. Dispondrá de dos horas para terminar la prueba. Marque solamente en la hoja de respuesta que se les ha entregado. ¡Mucha suerte!

1. **3 Pts** Luego de tomar un número, Gustavo efectúa el siguiente procedimiento: Divide el número entre 5, al resultado obtenido le suma 5 y por último lo que le da lo multiplica por 5 obteniendo el número 555. El número que escogió Gustavo fue:

a. 5 b. 530 c. 111 d. 555
2. **4 Pts** En un concurso de baile los jueces califican a los competidores con números enteros. El promedio de las calificaciones de un competidor es 5.3125 ¿Cuál es el número mínimo de jueces para que eso sea posible?

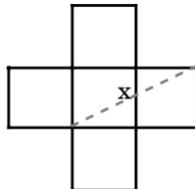
a. 4 b. 8 c. 16 d. 32
3. **4 Pts** Édgar y Raúl apostaron según las siguientes reglas: Van a lanzar un dado normal (con los números del 1 al 6 en sus caras) y una moneda (con los números 1 y 2 marcados en sus caras). Después multiplicarán el número que salga en el dado con el que salga en la moneda. Si el resultado es par gana Édgar, y si es impar gana Raúl. ¿Qué probabilidad de ganar tiene Raúl?

a. $1/2$ b. $1/3$ c. $3/4$ d. $1/4$
4. **5 Pts** Si P es la suma de los números pares entre 1 y 100 mientras que I es la suma de los números impares entre 1 y 100, entonces $P-I$ es igual a:

a. 0 b. 100 c. 5050 d. 50
5. **5 Pts** Para cuantos números de dos cifras xy se verifica que $(x-1)^2 + (y-7)^2 = 0$:

a. ninguno b. 1 c. 2 d. 4
6. **5 Pts** Si se sabe que la suma $1+2+3+4+5+\dots+48+49+50+2017$ es igual la suma $21+22+23+24+25+\dots+68+69+70+x$ entonces el valor de x es:

a. 4017 b. 3017 c. 2000 d. 1017
7. **5 Pts** En la siguiente figura se tiene que $x = 20\text{cm}$. ¿Cuál es el área de la cruz formada por cinco cuadrados?



a. 20cm^2 b. 40cm^2 c. 400cm^2 d. 200cm^2
8. **5 Pts** Una función cumple la siguiente igualdad:

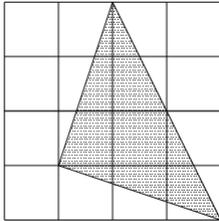
$$f(x) + 2f\left(\frac{4}{x}\right) = \frac{8}{x}$$

Entonces el valor de $f(4)$ es

- a. 2 b. $\frac{14}{3}$ c. $-\frac{16}{3}$ d. 8

9. **5 Pts** Cuantos números de cuatro dígitos, con todas sus cifras impares, son divisibles por 5
- a. 100 b. 125 c. 250 d. 625

10. **5 Pts** Si cada cuadro de la siguiente área tiene una unidad cuadrada de superficie, entonces el área del triángulo es:



- a. $5u^2$ b. $11u^2$ c. $16u^2$ d. $20u^2$
11. **6 Pts** ¿Para cuantas parejas de enteros positivos a, b se cumple que $a^2 - b^2 = 27$?
- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3
12. **6 Pts** Se escriben todos los números desde el número 1 hasta el 2017 uno tras otro. Es decir, se obtiene el siguiente número:

12345678910111213...20162017

La cantidad de cifras del número anterior es:

- a. 2017 b. 6961 c. 7123 d. 8867
13. **7 Pts** Para un cuadrado se cumple que la relación entre su Perímetro y su área es $4/3$. Entonces el perímetro del cuadrado:
- a. 3 b. 4 c. 12 d. 16
14. **7 Pts** Se sabe que que $\frac{A}{2} + \frac{B}{16} = \frac{35}{8}$. Si A y B son números naturales, entonces el valor de B es:
- a. 2 b. 4 c. 6 d. 8
15. **8 Pts** El valor de la siguiente expresión es:

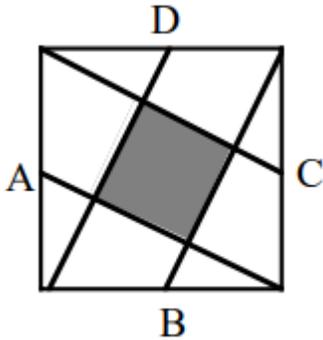
$$\frac{2017^2 - 2016^2 + 2015^2 - 2014^2 + \dots + 3 - 2 + 1}{2017 - 2016 + 2015 - 2014 + \dots 3 - 2 + 1}$$

- a. 2017 b. 2018 c. 4034 d. 4036
16. **10 pts** Al dividir 2^{100} entre 3 se tiene que el residuo de dicha división es
- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4
17. **10 Pts** El número n que cumple con:

$$\frac{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n - 1)}{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2n} = \frac{2017}{2018}$$

- a. 2017 b. 2018 c. 4034 d. 4036

18. **10 Pts** En la siguiente gráfica se tiene que A, B, C y D son los puntos medios del cuadrado. Si el lado del cuadrado es de 10cm, entonces la parte sombreada tiene área (en cm^2)



- a. 20 b. 40 c. 50 d. 60
19. **10 Pts** Se sabe que la expresión $(x^2 - 4)^2$ se puede escribir como $ax^4 + bx^3 + (c - 10)x^2 - d^2$ donde a, b, c y d solo pueden ser números positivos. El valor de $a - b + c - d$ es igual a:
- a. -1 b. 0 c. 1 d. 4
20. **10 Pts** ¿Cuántos pares (a, b) con $a + b = 1$ que cumplen que $(a^2 + b^2)(a^3 + b^3) = a^4 + b^4$?
- a. 0 b. 1 c. 2 d. 3