

VI Olimpiada de Matemáticas Uninorte

Fase III

Problemas Relevos

7 de Noviembre de 2015

1-1 Actualmente, Andrés tiene $3x$ años y su hermana menor Camila tiene x años. Cuando Camila nació, Andrés tenía 16 años. Determine la edad de Andrés en 10 años.

1-2 Sea T la respuesta del problema anterior. Un cilindro recto tiene radio r , altura Tr y un área superficial total de 420π . Determine el valor de r .

1-3 Sea T la respuesta del problema anterior y sea $K = T^2$. Determine el valor de

$$\log_{\sqrt[3]{K}}((2K - 1) + (2K - 3) + \cdots + 1).$$

2-1 Si x es un número real no nulo tal que $(7x)^{14} = (14x)^7$. Determine el valor de x .

2-2 Sea T la respuesta del problema anterior. Uno de los lados de un cubo se incrementa en 1, el otro se reduce en 1, y el tercero se deja sin cambios. El volumen del nuevo sólido rectangular es menor en $T^2 + 1$ unidades que la del cubo. Determine el volumen del cubo inicial.

2-3 Sea T la respuesta del problema anterior. Determine el número de soluciones enteras de $||x| - T| < 5$.

3-1 El promedio de 20 números es 30, y el promedio de otros 30 números es 20. Determine el promedio de todos los 50 números.

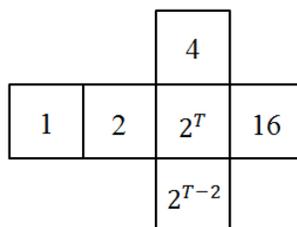
3-2 Sea T la respuesta del problema anterior. Determine el número de valores reales x para los cuales $\sqrt{5T - \sqrt{x}}$ es un número entero.

3-3 Sea T la respuesta del problema anterior. Determine el menor entero positivo de cuatro dígitos N tal que la suma de los cuadrados de sus dígitos es igual a $T + 9$.

4-1 ¿Cuántos conjuntos de dos o más números enteros positivos consecutivos tienen una suma de 15?

4-2 Sea T la respuesta del problema anterior. Si $x^2 + x + 1 = \frac{5^T - 1}{x - 1}$, determine x .

- 4-3** Sea T la respuesta del problema anterior. Tres cubos están formados cada uno a partir del patrón mostrado. A continuación, se apilan sobre una mesa uno encima de otro de modo que los números visibles tienen la mayor suma posible. Determine el valor de la suma.



- 5-1** El símbolo $\lfloor x \rfloor$ denota el mayor entero menor o igual que x . Por ejemplo, $\lfloor 3 \rfloor = 3$, y $\lfloor 9/2 \rfloor = 4$. Determine

$$\lfloor \sqrt{1} \rfloor + \lfloor \sqrt{2} \rfloor + \lfloor \sqrt{3} \rfloor + \cdots + \lfloor \sqrt{16} \rfloor.$$

- 5-2** Sea T la respuesta del problema anterior. Sea $K = \frac{1}{3}\sqrt{T-2}$. Determine la suma de las soluciones x que satisfacen la siguiente ecuación:

$$\log_2(Kx) = x.$$

- 5-3** Sea T la respuesta del problema anterior. Determine el máximo valor de $y = \frac{T}{x^2 + 2x + T}$ sobre todos los posibles valores reales de x .