

V Olimpiada de Matemáticas Uninorte

Fase I

31 de Octubre de 2014

Duración: 2 horas

**Las preguntas son de selección múltiple con única respuesta.
Cada respuesta incorrecta resta el número de puntos que sumaría en caso de estar correcta.**

1. [2 puntos] ¿Cuál de los siguientes números es el más grande?

- (A) $2014 + \frac{1}{2015}$ (B) $2014 - \frac{1}{2015}$ (C) $2014 \times \frac{1}{2015}$
(D) $2014 \div \frac{1}{2015}$ (E) 2014,2015

2. [3 puntos] Para los números reales positivos x y y la operación $\spadesuit(x,y)$ está definida como

$$\spadesuit(x,y) = x - \frac{1}{y}$$

¿Cuál es el valor de $\spadesuit(2, \spadesuit(2,2))$?

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) 2

3. [4 puntos] Andrés tiene 97 caramelos y Eric tiene 11 caramelos. Andrés le dá a Eric algunos de sus caramelos de tal forma que Andrés termina con el doble de caramelos que tiene Eric. ¿Cuántos caramelos le dió Andrés a Eric?

- (A) 3 (B) 13 (C) 18 (D) 25 (E) 29

4. [4 puntos] Un rectángulo con diagonal de longitud x , tiene el doble de largo que ancho. ¿Cuál es el área del rectángulo?

- (A) $\frac{1}{4}x^2$ (B) $\frac{2}{5}x^2$ (C) $\frac{1}{2}x^2$ (D) x^2 (E) $\frac{3}{2}x^2$

5. [4 puntos] Las ecuaciones $2x + 7 = 3$ y $bx - 10 = -2$ tienen la misma solución en x . ¿Cuál es el valor de b ?

- (A) -8 (B) -4 (C) -2 (D) 4 (E) 8

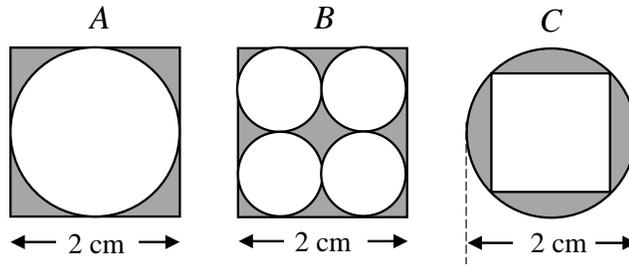
6. [4 puntos] ¿Qué número de la lista

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

debe ser eliminado de tal forma que el promedio de los restantes es 6.1?

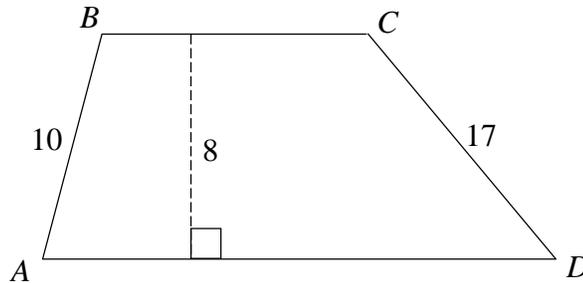
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

7. [4 puntos] Juan quiere almacenar 30 archivos en disquetes, cada una de los cuales tiene una capacidad de 1.44 megabytes (MB). Tres de sus archivos requieren 0.8 MB de memoria cada uno, 12 más requieren 0.7 MB cada uno, y los 15 restantes requieren 0.4 MB cada uno. Ningún archivo puede dividirse entre los disquetes. ¿Cuál es el número mínimo de discos que se necesitan para almacenar todos los archivos?
- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16
8. [5 puntos] Encuentre la suma de todas las raíces de $(2x + 3)(x - 4) + (2x + 3)(x - 6) = 0$.
- (A) $7/2$ (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 13
9. [5 puntos] Hay dos valores de a para los cuales la ecuación $4x^2 + ax + 8x + 9 = 0$ tiene exactamente una solución en x . ¿Cuál es la suma de estos valores?
- (A) -16 (B) -8 (C) 0 (D) 8 (E) 20
10. [5 puntos] Un reloj sin secundero marca las 4 : 20 pm. ¿Cuál es la medida del ángulo agudo formado por las manecillas del reloj?
- (A) 0 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 12
11. [5 puntos] Angélica manejó a una velocidad promedio de 80 km/h y se detuvo por 20 minutos a tanquear. Después de la parada, ella manejó a una velocidad promedio de 100 km/h. Al final condujo 250 km en un tiempo total de 3 h incluyendo la parada. ¿Qué ecuación describe el tiempo t en horas que ella manejó antes de la parada?
- (A) $80t + 100(8/3 - t) = 250$ (B) $80t = 250$ (C) $100t = 250$
(D) $90t = 250$ (E) $80(8/3 - t) + 100t = 250$
12. [5 puntos] La media, la mediana, la moda, y el rango de un conjunto de ocho números enteros son todos iguales a 8. El mayor entero que puede ser un elemento de este conjunto es
- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15
13. [5 puntos] Usando los dígitos 2, 5, 7 y 4, exactamente una vez, se pueden formar 24 números de cuatro cifras. Si listáramos los 24 números de menor a mayor, el número en la posición 17 de la lista es
- (A) 4527 (B) 5724 (C) 5742 (D) 7245 (E) 7524
14. [5 puntos] En un pantano mágico hay dos especies de anfibios: los sapos que siempre dicen la verdad, y las ranas que siempre mienten. Cuatro anfibios, Andrés, Blanca, Camilo, y David viven juntos en el pantano, y hacen las siguientes afirmaciones:
- Andrés: "David y yo somos diferentes especies."
Blanca: "Camilo es una rana."
Camilo: "Blanca es una rana."
David: "De nosotros cuatro, al menos dos son sapos."
- ¿Cuántos de estos anfibios son ranas?
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
15. [5 puntos] Las siguientes figuras están compuestas de cuadrados y círculos. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene la mayor área sombreada?



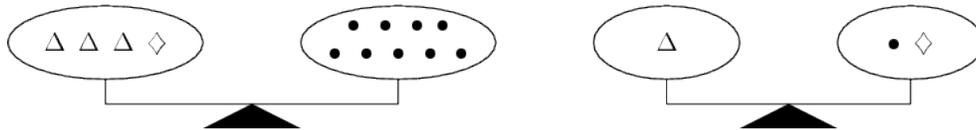
- (A) A (B) B (C) C (D) A y B (E) Todas son iguales

16. [6 puntos] El área del trapecio $ABCD$ es 164 cm^2 . La altura es 8 cm , AB es 10 cm , y CD es 17 cm . ¿Cuál es la longitud de BC , en centímetros?



- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) 20

17. [6 puntos] En una balanza, tres Δ 's y un \diamond equivale a nueve \bullet 's. Un Δ equivale a un \diamond y un \bullet .



¿Cuántos \bullet 's equivalen a dos \diamond 's en la balanza?



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. [6 puntos] Hay una tecla especial en una calculadora que reemplaza el número x que se muestra con el número dado por la fórmula $\frac{1}{1-x}$. Por ejemplo, si la calculadora está mostrando 2 y se pulsa la tecla especial, la calculadora mostrará -1 ya que $\frac{1}{1-2} = -1$. Supongamos ahora que

la calculadora está mostrando 5. Después de pulsar la tecla especial 100 veces seguidas, la calculadora mostrará

- (A) $-0,25$ (B) 0 (C) 0.8 (D) 1.25 (E) 5
19. [6 puntos] Si $x, y > 0$, $\log_y x + \log_x y = \frac{10}{3}$ y $xy = 144$, entonces $\frac{x+y}{2}$ es igual a
 (A) $12\sqrt{2}$ (B) $13\sqrt{3}$ (C) 24 (D) 30 (E) 36
20. [6 puntos] Dos números reales a y b , diferentes de cero, satisfacen $ab = a - b$. ¿Cuál de los siguientes es un posible valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$?
 (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) 2
21. [6 puntos] Un cierto número de estudiantes está sentado alrededor de una mesa circular. Ellos pasan una bolsa con 100 dulces. Cada persona recibe la bolsa, toma un dulce y la pasa a la siguiente persona. Si Roberto toma el primer y último dulce de la bolsa, el número de estudiantes podría ser
 (A) 10 (B) 11 (C) 19 (D) 20 (E) 25
22. [7 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = ax^2 - \sqrt{2}$ para algún real positivo a . Si $f\left(f\left(\sqrt{2}\right)\right) = -\sqrt{2}$, entonces a es igual a
 (A) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $2 - \sqrt{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$
23. [7 puntos] Cuando la media, la mediana, y la moda de la lista
 $10, 2, 5, 2, 4, 2, x$
 se ordenan de menor a mayor, se forma una progresión aritmética no constante. ¿Cuál es la suma de todos los posibles valores de x ?
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 17 (E) 20
24. [7 puntos] Suponga que x, y, z están en progresión geométrica con razón r y $x \neq y$. Si $x, 2y, 3z$ están en progresión aritmética, entonces r es
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2 (E) 4
25. [8 puntos] La probabilidad de caer cara cuando una moneda defectuosa se lanza es menor que $\frac{1}{2}$ y cuando la moneda es lanzada cuatro veces, la probabilidad de un igual número de caras y sellos es $\frac{1}{6}$. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda muestre cara cuando se lanza?
 (A) $\frac{\sqrt{15}-3}{6}$ (B) $\frac{6-\sqrt{6\sqrt{6}+2}}{12}$ (C) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (D) $\frac{3-\sqrt{3}}{6}$ (E) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$